

# Accouplements d'arbres

## Accouplements élastiques

par **Guy VALEMBOS**

*Agrégé de Mécanique, Professeur du cadre des ENSAM  
Responsable de la formation des agrégés de Mécanique  
à l'Université Paul Sabatier de Toulouse  
Professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse  
Ingénieur Conseil*

<b>1. Fonctions</b> .....	B 5 805 - 2
1.1 Fonction statique .....	— 2
1.2 Fonction cinématique.....	— 3
1.3 Fonction dynamique.....	— 3
1.4 Fonction montage et démontage .....	— 4
1.5 Fonction sécurité .....	— 4
1.6 Fonction progressivité.....	— 4
<b>2. Constitution générale</b> .....	— 4
2.1 Accouplement .....	— 4
2.2 Éléments élastiques.....	— 5
2.2.1 Élastomères.....	— 5
2.2.2 Matériaux métalliques.....	— 5
2.2.3 Plastomères.....	— 5
2.2.4 Modification de la rigidité avec le chargement .....	— 5
2.3 Exemples de réalisation .....	— 6
<b>3. Problèmes dynamiques</b> .....	— 8
3.1 Nature des perturbations.....	— 8
3.2 Quantification des perturbations.....	— 9
3.3 Comportement dynamique.....	— 9
3.3.1 Cas d'un balourd simple en partie réceptrice .....	— 10
3.3.2 Cas d'une excitation quelconque en partie réceptrice .....	— 11
3.3.3 Cas d'une excitation motrice .....	— 12
3.3.4 Cas d'une excitation multiple .....	— 12
3.3.5 Étude d'un cas réel .....	— 12
3.3.6 Influence de l'amortissement .....	— 13
<b>4. Critères de choix</b> .....	— 13
4.1 Rigidité torsionnelle .....	— 13
4.1.1 Fonctionnement rigide .....	— 13
4.1.2 Fonctionnement élastique .....	— 14
4.2 Couple transmissible.....	— 14
4.3 Aptitudes à supporter les défauts d'alignement.....	— 14
4.4 Vitesse de rotation.....	— 14
<b>5. Accouplement, instrument de la maintenance prédictive</b> .....	— 14
<b>Pour en savoir plus</b> .....	Doc. B 5 805

Les machines industrielles sont, pour la plupart, activées par des actionneurs du mouvement de rotation : moteurs électriques, thermiques, pneumatiques ou hydrauliques.

L'accouplement est un organe qui permet la jonction du moteur au récepteur, les deux machines ayant des arbres quasiment alignés. Celui-ci permet la transmission de la puissance motrice vers le mécanisme à activer. C'est un produit courant du commerce qu'il convient de choisir et d'adapter à chaque montage particulier.

L'accouplement élastique peut permettre de résoudre certains problèmes de liaison de deux arbres.

## 1. Fonctions

Différentes fonctions de l'accouplement peuvent être utilisées dans un même montage, ces fonctions conditionnant son choix :

- fonction statique ;
- fonction cinématique ;
- fonction dynamique ;
- fonction montage et démontage ;
- fonction sécurité ;
- fonction progressivité.

Si les fonctions statique et cinématique sont liées, les autres fonctions restent indépendantes les unes des autres.

### 1.1 Fonction statique

Les arbres à assembler par un accouplement sont les arbres de machines autonomes. Le guidage de ceux-ci dans les bâtis respectifs est assuré grâce à des liaisons pivots (guidage en rotation, article *Présentation des mécanismes* [B 600] dans ce traité), internes aux appareils (figure 1).

L'accouplement, s'il représentait une liaison complète et rigide entre les arbres, engendrerait une hyperstaticité mécanique du système. Aux actions nominales dans les liaisons se superposent alors les actions mécaniques internes générées par :

- les défauts d'alignement du montage ;
- les déformations des arbres et des liaisons pendant le fonctionnement sous charge ;
- les modifications dimensionnelles liées aux évolutions thermiques.

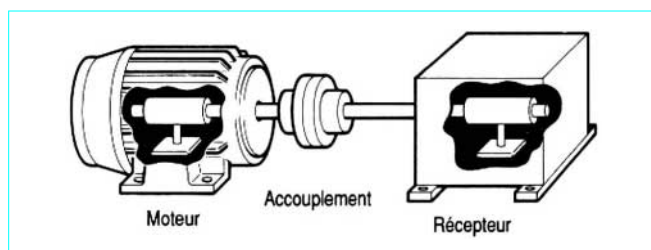


Figure 1 - Situation d'un accouplement

Afin de minimiser ces actions dans les arbres et dans les liaisons (pour améliorer la durée de vie du montage), il est nécessaire que l'accouplement transmette le moment de torsion (couple sur l'arbre moteur ou récepteur) en limitant les autres actions mécaniques (figure 2).

Il convient donc que de petits mouvements soient rendus possibles dans l'accouplement afin de garantir un montage iso-statique du récepteur et du moteur (figure 3).

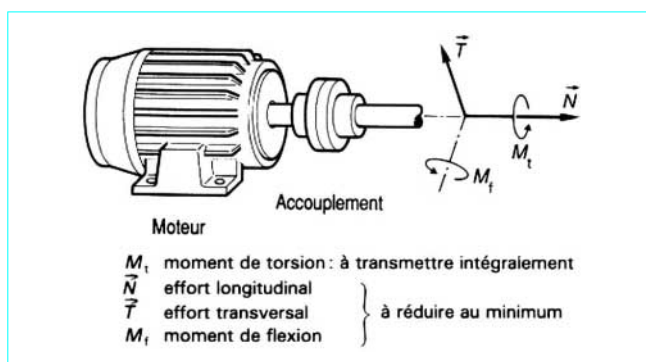


Figure 2 - Actions mécaniques dans la section d'un arbre proche de l'accouplement

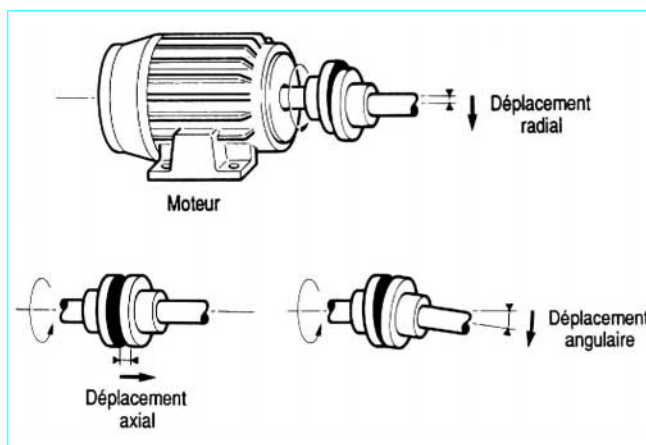


Figure 3 - Mouvements relatifs à autoriser dans un accouplement

■ **Remarque** : la plupart des accouplements autorisent les déplacements axiaux et angulaires ; le déplacement radial est insignifiant.

Une combinaison de deux accouplements permet la transformation du mouvement angulaire en mouvement radial. La longueur de l'arbre intermédiaire conditionne alors directement les déplacements radiaux (figure 4).

### 1.2 Fonction cinématique

L'obtention simultanée de la transmission du mouvement de rotation axiale et la liberté des autres mouvements potentiels peut être obtenue par des joints mécaniques non élastiques (assemblages de pièces rigides et de liaisons) prévus pour ces fonctions.

Ces principaux joints mécaniques sont détaillés dans les autres articles de cette rubrique Accouplements d'arbres : *Joints de cardan* [B 5 810], *Joints homocinétiques* [B 5 815], etc.

Le prix des joints mécaniques et leurs difficultés de mise en œuvre limitent leurs emplois à des montages où les mobilités accessoires sont fonctionnelles et non pas issues de défauts d'alignement.

### 1.3 Fonction dynamique

Toute ligne d'arbres présente des vitesses critiques dues à la dynamique du mouvement de rotation. Ces vitesses critiques se manifestent par des déformations des arbres à des pulsations de rotations données. Celles-ci peuvent se matérialiser par de la flexion, de la torsion, une combinaison des sollicitations de torsion et de flexion. À titre d'exemple, la figure 5 donne la première vitesse critique pour un arbre à deux volants d'inertie.

■ **Remarque** : les déformations dues aux effets d'inertie au cours du mouvement de rotation sont toujours générées par des excitations vibratoires inhérentes aux lignes d'arbres (couple moteur ou récepteur non uniforme, balourd, mauvais équilibrage, etc.).

Dans le cas du montage d'un accouplement, les liaisons permettent de limiter les effets de flexion ; le rôle de l'accouplement A est essentiellement une diminution des effets des vibrations de torsion dans les arbres en localisant les déformations dans l'accouplement (figure 6).

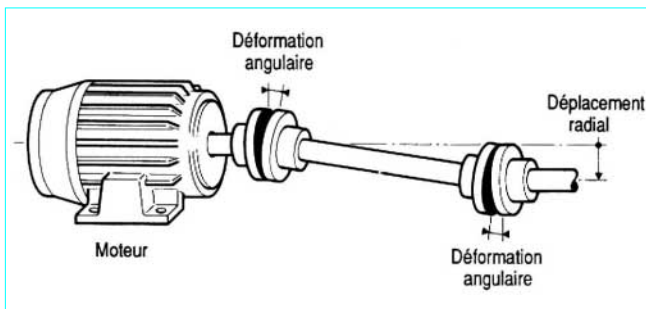


Figure 4 – Combinaison de deux accouplements afin de favoriser le déplacement radial

Les arbres de transmission, généralement conçus en acier, sont des organes élastiques faiblement amortis. Les déformées peuvent être suffisamment grandes pour gêner le fonctionnement normal, voire provoquer la rupture des pièces dans un mécanisme. Un accouplement judicieusement inséré dans la ligne d'arbres (figure 7) permet :

- de diminuer le régime où se produit la première vitesse critique de torsion par réduction de la rigidité de torsion du montage ;
- d'absorber l'énergie des déformations vibratoires par dissipation dans l'accouplement (amortissement de l'amplitude vibratoire).

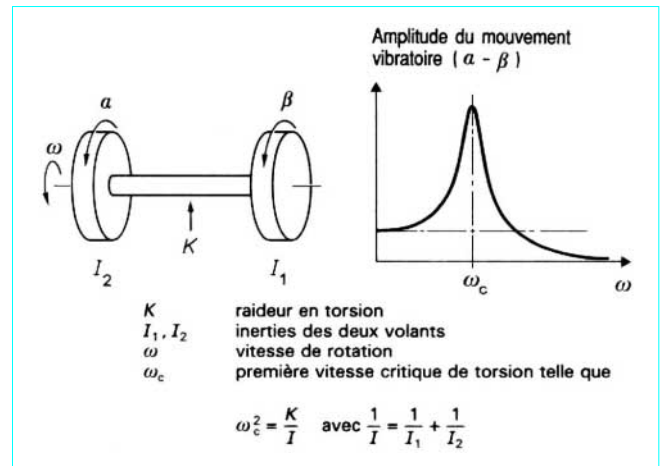


Figure 5 – Première vitesse critique de torsion d'un arbre à deux volants d'inertie

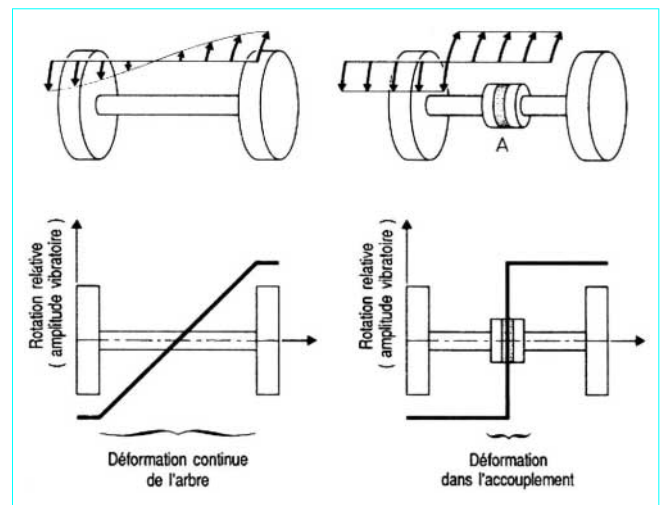


Figure 6 – Localisation des déformations dynamiques de torsion dans l'accouplement

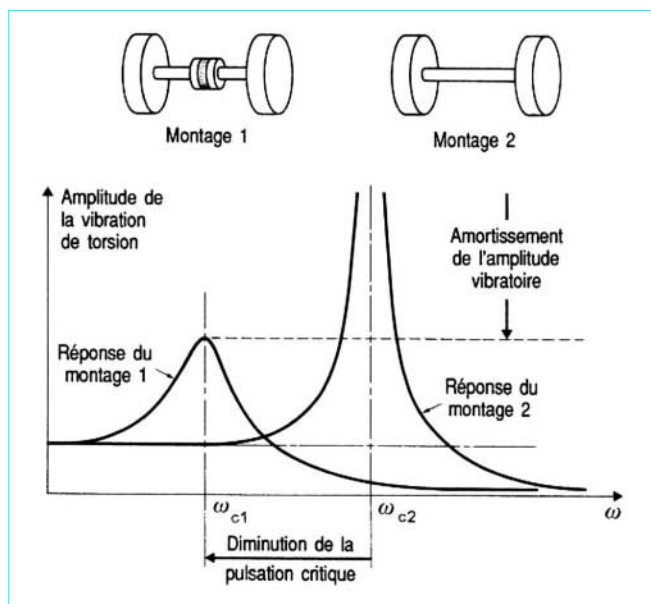


Figure 7 – Effets de la présence d'un accouplement sur les vibrations de torsion d'une ligne d'arbres

### 1.4 Fonction montage et démontage

Certains accouplements permettent de désolidariser le moteur du récepteur pour des périodes occasionnelles (maintenance). Ils sont alors tout particulièrement choisis pour leur *facilité de désaccouplement*. Un exemple est donné sur la figure 8.

### 1.5 Fonction sécurité

Lorsqu'une installation doit être sauvegardée à partir d'un certain couple jugé comme étant la limite à ne pas dépasser, il est judicieux d'y interposer un *accouplement à seuil*, ne transmettant la puissance que sous les conditions limites définies au préalable.

Lorsque le couple limite est atteint, deux cas de figures existent :

- le couple est constant et n'évolue pas ; par contre, l'accouplement permet un glissement relatif (vitesse de l'arbre mené inférieure à la vitesse de l'arbre menant). Le retour à un fonctionnement normal (sous le couple limite) permet une transmission homocinétique du mouvement ;
- une action irréversible provoque l'arrêt de la partie menée (rupture d'un élément, commande électrique, etc.). Une maintenance est alors nécessaire pour relancer le système.

### 1.6 Fonction progressivité

Pour démarrer des récepteurs de forte inertie, il est nécessaire de disposer d'un couple élevé à bas régime (même phénomène à l'arrêt du récepteur).

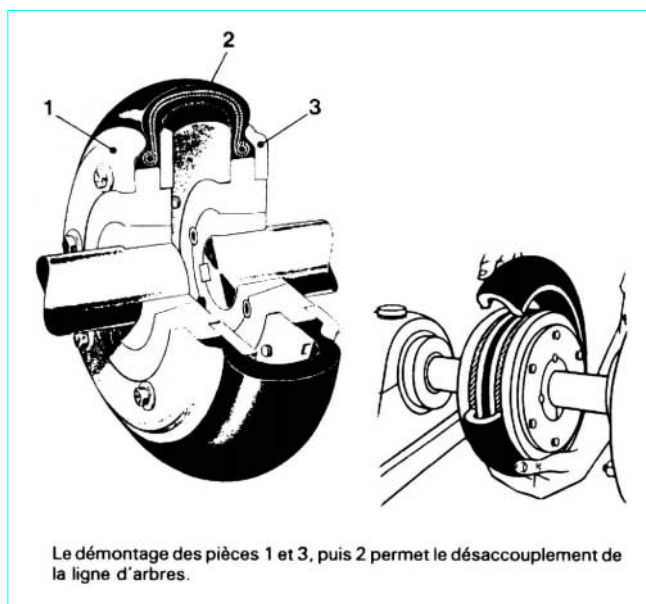


Figure 8 – Exemple d'accouplement facilitant le montage et le démontage : accouplement Pneumabloc (doc. Colmant Cuvelier)

Beaucoup de moteurs ne délivrent pas de couple à régime faible. Un accouplement progressif peut permettre néanmoins l'adaptation du moteur au récepteur. L'accouplement s'appelle alors *embrayage* ou *coupleur* ; il est commandé par le couple, la vitesse de rotation ou par une intervention extérieure.

Les accouplements progressifs sont détaillés dans les articles *Embrayages. Étude théorique et constitution générale* [B 5 850] et *Coupleurs* [B 5 860] dans ce traité.

## 2. Constitution générale

### 2.1 Accouplement

Les accouplements sont généralement composés de trois pièces fonctionnelles, plus éventuellement d'un carter de protection (figure 9).

Les **flasques** (ou **manchons**) 1 et 2 (figure 9) permettent de transformer un défaut relatif de position angulaire en un déplacement (par éloignement de zones actives de l'axe de rotation) ; ils sont liés aux arbres de façon complète (sans mouvement relatif possible).

Les **éléments élastiques** 3 (figure 9) supportent les déformations. Ils assurent les déformations de l'ensemble, la rigidité torsionnelle et absorbent de l'énergie lors des mouvements relatifs des flasques (par frottements internes aux matériaux ou par frottements sur les flasques se transformant en échauffement). Ce sont les éléments fonctionnels de l'accouplement. L'élasticité de ces éléments est conditionnée par la nature du matériau employé ainsi que par le mode de déformation choisi de ce matériau.

Les combinaisons (matériau-sollicitations) sont variées. Elles permettent la définition d'une gamme de produits couvrant pratiquement tous les besoins industriels.

Une **protection** 4 (figure 9) peut éventuellement assurer :

- le maintien d'un lubrifiant éventuel dans l'accouplement ;
- la propreté des surfaces fonctionnelles ;
- la sécurité (éviter les formes saillantes en rotation).

## 2.2 Éléments élastiques

Les éléments élastiques sont constitués d'un matériau particulièrement adapté à la sollicitation employée dans la transmission de puissance ; il s'agit d'élastomères, de matériaux métalliques ou de plastomères.

### 2.2.1 Élastomères

Leur comportement mécanique permet une utilisation en compression, en traction ou en cisaillement. Les petits mouvements accessoires sont alors généralement autorisés par une déformation de flexion.

La nature exacte du matériau dépend de chaque fabricant. On trouve néanmoins le plus souvent :

- le caoutchouc naturel ;
- le *Néoprène* (résistance aux huiles, à l'ozone, aux intempéries, ambiance admise de - 40 à + 100 °C) ;
- les élastomères de polyuréthane (caractéristiques mécaniques élevées) ;
- les élastomères fluorocarbonés (par exemple, *Viton* de - 70 à + 250 °C).

**Remarque :** les matériaux de base sont quelquefois renforcés par une trame (coton, verre, aramide, acier). Le matériau est alors rigidifié et renforcé dans la direction du fibrage ; il conserve des propriétés élastiques dans les directions perpendiculaires (figure 10).

### 2.2.2 Matériaux métalliques

Les pièces métalliques déformables des accouplements sont très sollicitées à la fatigue. Les matériaux constituants sont les mêmes que pour les ressorts.

On peut citer :

- XC 85 R utilisation courante ;
- 55 S 7 utilisation courante ;
- Z 10 CN 18 bonne tenue à la corrosion ;
- Z 30 WC W pour des températures élevées (jusqu'à 500 °C) ;
- 35 NCD 16 pour des températures faibles (jusqu'à - 100 °C) ;
- NU 30 pour des atmosphères très corrosives ;
- U Be 2,3 bonne tenue à la corrosion, absence d'étincelles aux chocs.

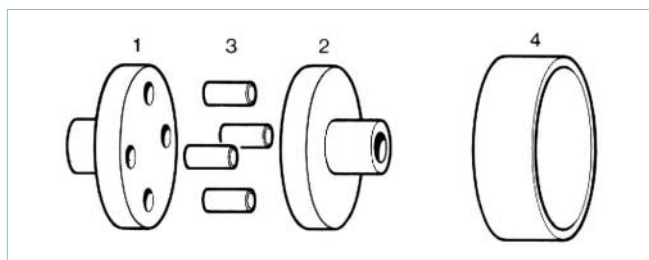


Figure 9 - Constitution générale d'un accouplement

L'emploi des matériaux inoxydables se généralise. La corrosion diminue rapidement les performances des pièces déformables, car elles sont généralement de faible épaisseur.

### 2.2.3 Plastomères

Leur rigidité est intermédiaire entre celle des élastomères et celle des matériaux métalliques. Comme dans l'ensemble de l'industrie mécanique, leur emploi prend un essor significatif.

**Exemples de matériaux employés**

Matériau	Module d'élasticité (MPa)	Résistance à la traction (MPa)	Température limite d'utilisation (°C)
Polyacétal	3 300	70	120
Polymères fluorés	2 000	55	150
Polyimide	3 200	74	250

### 2.2.4 Modification de la rigidité avec le chargement

Certains accouplements permettent d'adapter la rigidité des éléments déformables au couple transmis.

L'intérêt est de modifier le comportement dynamique de la ligne d'arbres en fonction des périodes d'utilisation en charge ou non (§ 3). À titre d'exemple, deux principes sont schématisés sur la figure 11 :

— **avec élastomère en compression** : la déformation sous charge des éléments augmente les surfaces de contact des éléments déformables. Il y a donc augmentation de la rigidité avec le chargement ;

— **avec acier en flexion** : la flèche des languettes déformables (poutre métallique sollicitée en flexion, exemple figure 12) modifie la longueur libre. La rigidité (inversement proportionnelle à la longueur libre au cube) augmente alors rapidement avec le couple transmis.

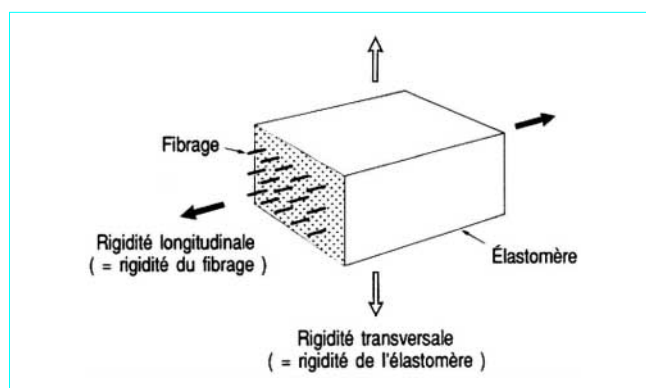


Figure 10 - Modification de l'élasticité d'un élastomère par un renfort fibré



## 2.3 Exemples de réalisation

Les exemples ci-après ne sont pas limitatifs (figures 12 à 18). Chaque accouplement se caractérise par les grandeurs suivantes :

- dimensions géométriques ;
- couple transmissible ;
- rigidité torsionnelle ;
- défauts d'alignement axial, radial et angulaire admissibles.

Ces grandeurs évoluent notablement avec les produits et même à l'intérieur d'une famille de produits d'un même fournisseur.

Il existe une grande variété de produits et de fournisseurs qu'il convient de consulter. Le paragraphe 4 définit les critères de choix et une liste de fournisseurs est proposée dans la fiche documentaire [Doc. B 5 805].

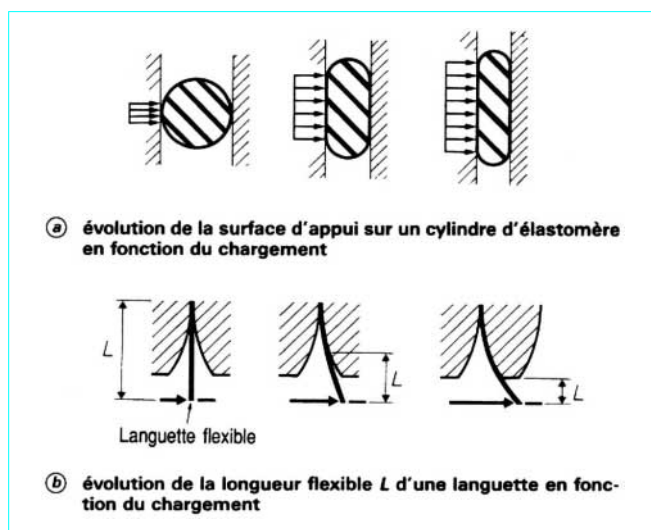
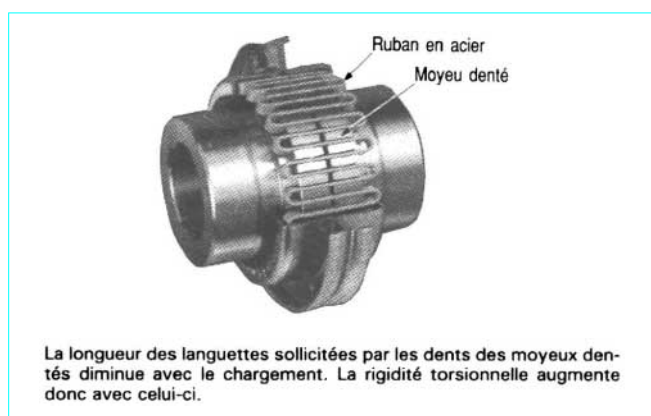
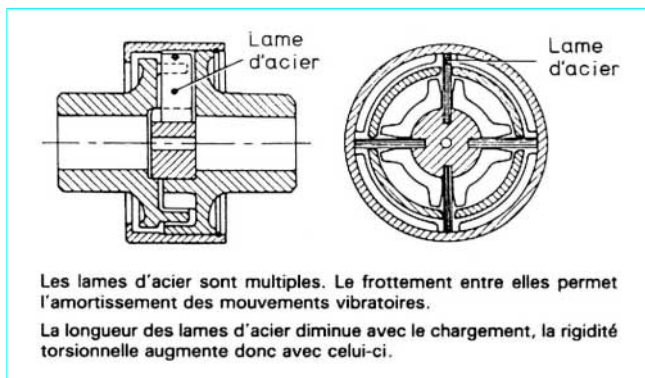


Figure 11 – Exemples de rigidité évoluant avec le chargement



La longueur des languettes sollicitées par les dents des moyeux dentés diminue avec le chargement. La rigidité torsionnelle augmente donc avec celui-ci.

Figure 12 – Utilisation de la flexion du ruban pour assurer la rigidité torsionnelle : accouplement Flexacier (§ 2.2.4) (doc. Citroën)



Les lames d'acier sont multiples. Le frottement entre elles permet l'amortissement des mouvements vibratoires. La longueur des lames d'acier diminue avec le chargement, la rigidité torsionnelle augmente donc avec celui-ci.

Figure 13 – Utilisation de la flexion des lames plates pour assurer la rigidité torsionnelle : accouplement à lames d'acier (§ 2.2.4)

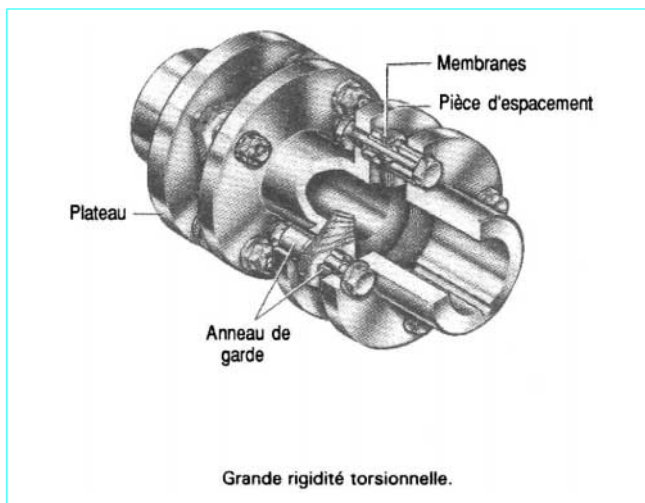


Figure 14 – Utilisation de la flexion surfacique des membranes pour assurer les mobilités angulaires transversales : accouplement tout métallique (doc. Flexibox)

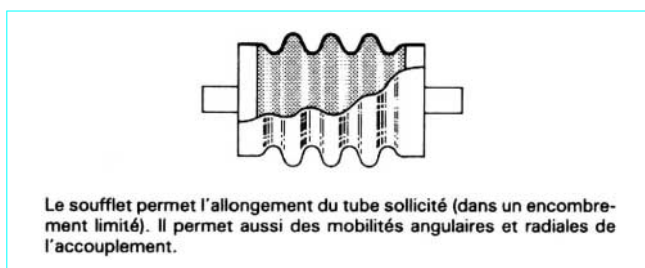
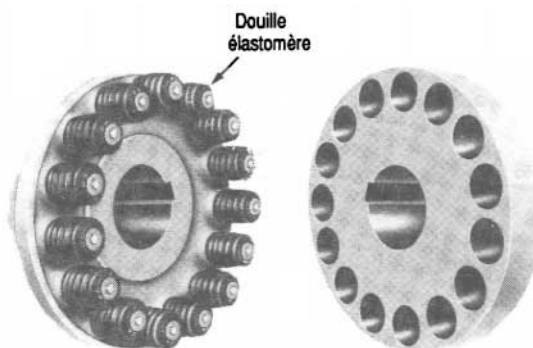


Figure 15 – Utilisation en cisaillement pour assurer la rigidité torsionnelle : accouplement à soufflet métallique



Répartition de la contrainte dans la douille en élastomère			
	Douille cylindrique	Douille en forme de tonnelet	Douille en forme de tonnelet et munie de rainures
Pas de désalignement			
Désalignement angulaire			

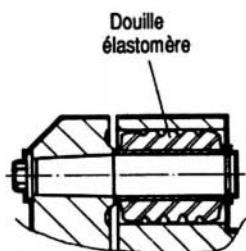


Figure 16 - Utilisation d'élastomère en compression : accouplement PencoFlex (d'après doc. SIT Texrope)

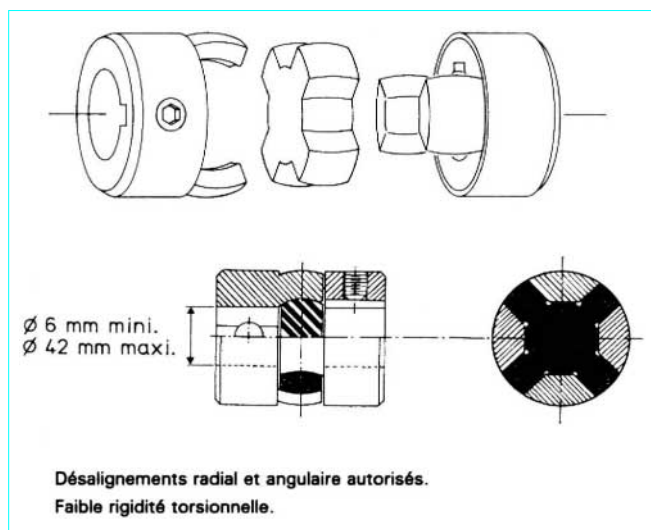


Figure 17 – Utilisation d'élastomère en compression (d'après doc. Esco Transmissions)

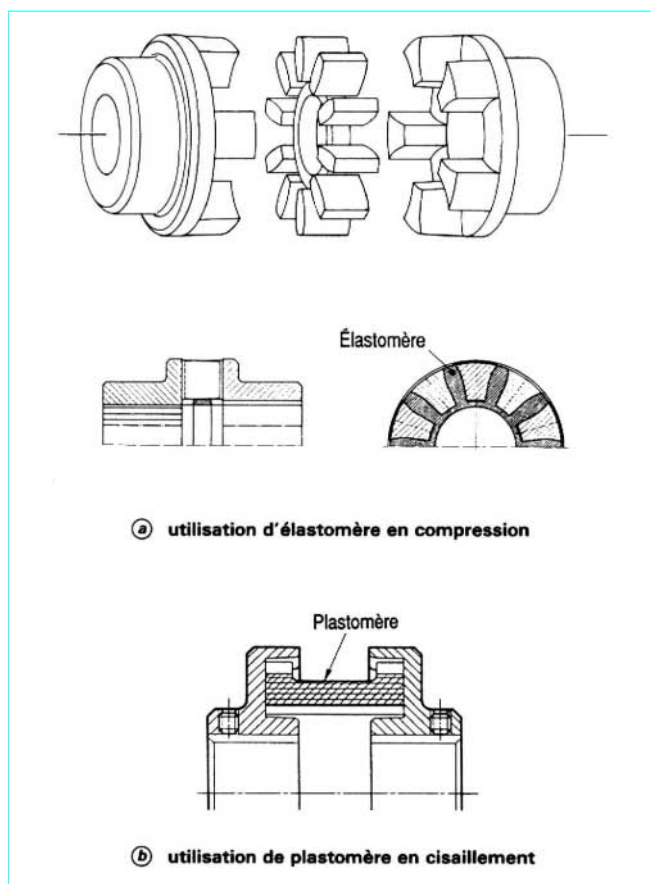


Figure 18 – Utilisation d'élastomère en compression et de plastomère en cisaillement (d'après doc. Colmant Cuvelier)

### 3. Problèmes dynamiques

Le comportement dynamique d'une ligne d'arbres est fondamentalement conditionné par l'accouplement. Un mauvais choix peut entraîner des vibrations de torsion provoquant la ruine de la ligne d'arbres (rupture de l'accouplement ou d'un arbre). **La détermination d'un accouplement passe impérativement par l'analyse de ce phénomène.**

#### 3.1 Nature des perturbations

Les actions mécaniques sur une ligne d'arbres simple (figure 19) sont des couples moteur et résistant induisant le mouvement global de rotation de la machine et le mouvement relatif pouvant solliciter les arbres en torsion souvent alternée (vibrations de torsion de la ligne d'arbres).

Si le couple moteur  $C_m$  est égal au couple résistant  $C_r$ , le mouvement de rotation est uniforme ; la torsion de l'accouplement est constante :

$$\alpha - \beta = C_m / K \quad (\text{figure } 20a)$$

Dans le cas de deux couples non également opposés, leur somme non nulle génère des accélérations qui peuvent se traduire par :

- le démarrage ou l'arrêt de la machine (phase transitoire) ;
- les vibrations de torsion de l'accouplement (mouvement établi).

La vitesse de rotation nominale est atteinte lorsque les couples moteur et résistant s'annulent en moyenne sur une révolution. Autour des valeurs moyennes, existe néanmoins un couple résiduel ( $C_m - C_r$ ) variable sur l'angle complet de rotation  $2\pi$ . C'est cette variation qui provoque les vibrations de torsion (figure 20b).

L'excitation peut être de nature motrice, de nature réceptrice, ou de nature motrice et réceptrice simultanément.

Les moteurs thermiques à pistons sont particulièrement source de perturbations du mouvement de rotation. Par la succession des temps moteurs et résistants, ils délivrent des couples fortement oscillants. La multiplication des pistons ainsi que la présence d'un volant d'inertie régularisent le couple fourni. Le rythme des perturbations est une fraction rationnelle du rythme de rotation du vilebrequin.

Il en est de même pour les moteurs électriques qui génèrent des fluctuations de couples dues à la non-continuité absolue des bobinages formant les parties actives du moteur.

Les récepteurs présentent le même type de comportement suivant la nature des transformations énergétiques réalisées dans chaque machine.

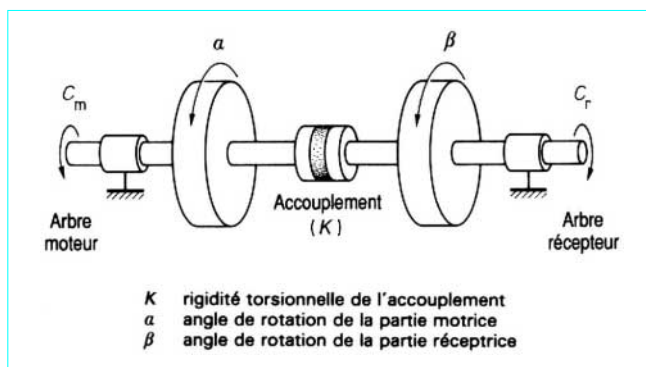


Figure 19 – Modélisation mécanique d'une ligne d'arbres simple



### 3.2 Quantification des perturbations

L'irrégularité des couples appliqués à un arbre pendant la rotation peut dans les cas les plus courants se modéliser par une constante  $C_0$  additionnée d'une fonction harmonique de période  $T'$  et d'amplitude  $2\varepsilon$  (figure 21).

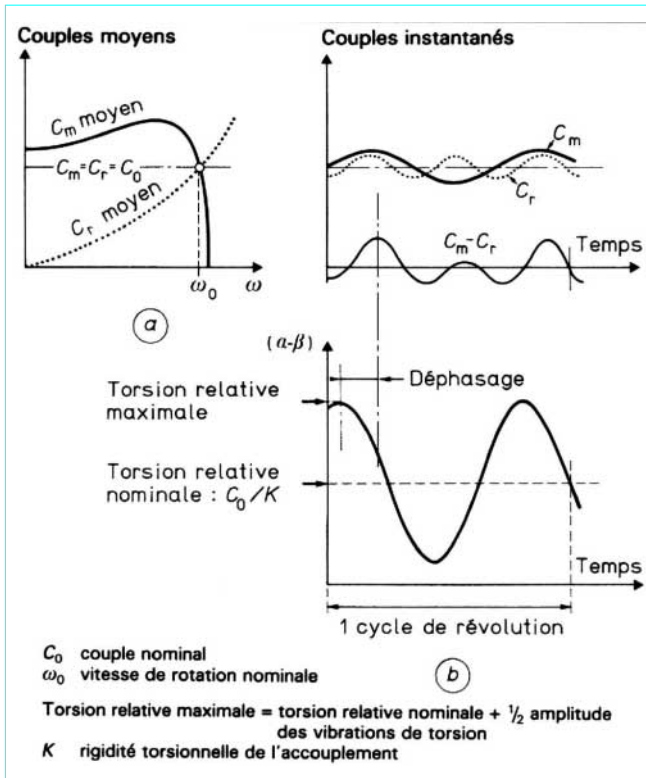


Figure 20 – Comportement d'une ligne d'arbres au régime de fonctionnement nominal

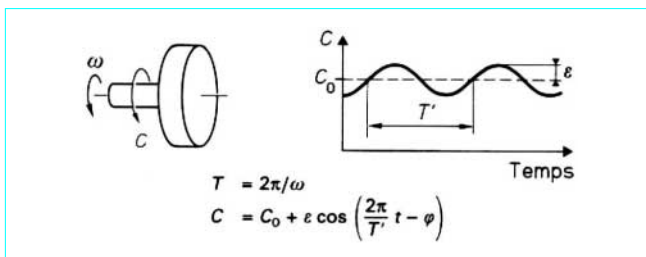


Figure 21 – Modélisation d'un couple fluctuant

On appelle  $k$  le coefficient de service :

$$k = \frac{C_0 + \varepsilon}{C_0}$$

et  $n$  le nombre de perturbations par cycle de révolution :

$$n = T/T'$$

avec  $T$  la période du mouvement de rotation et  $T'$  la période des perturbations (tableau 1). La période des perturbations peut être différente de la période de rotation de la ligne d'arbres considérée.

**Exemples :**

- moteurs électriques multipolaires  $T' < T$  ;
- balourd sur l'arbre récepteur d'un réducteur (rapport de réduction  $i$ )  $T' = iT$ .

Tableau 1 – Ordre de grandeur de quelques coefficients de service en fonction du type de machine

Machine	Coefficient de service $k$	Nombre de perturbations par cycle de révolution $n$
Moteur et génératrice électrique .....	1,15	} = nombre de temps moteur par tour
Moteur thermique :		
• 6 cylindres et plus .....	1,2	
• de 3 à 5 cylindres .....	1,9	} à étudier pour chaque cas
• mono- et bicylindres .....	2,5	
Ventilateur .....	1	
Treuil .....	1,5	
Machine à bois à mouvement continu .....	1,4	
Pompe centrifuge et à engrenages .....	1,1	
Pompe à pistons .....	1,5 à 2	
Presse et matériel pour métaux en feuille .....	2,5	
Broyeur et compresseur .....	2	
Laminoir .....	1,5	
Mélangeur liquide .....	1,1	
Mélangeur liquide et solide .....	1,6	

**Remarque :** lorsqu'un choix d'accouplement doit être déterminé de façon très précise, il est bon de modéliser le couple fluctuant par les premiers termes de son développement en série de Fourier (figure 22). Le couple réel est alors modélisé par la somme de fonctions harmoniques caractérisées chacune par des coefficients  $k$  et  $n$ .

### 3.3 Comportement dynamique

L'étude sera menée par la ligne d'arbres de base (figure 23a) composée d'un arbre moteur d'inertie  $I_m$  supportant un couple  $C_m$  relié par un accouplement (de rigidité torsionnelle  $K$  et sans amortissement interne) à l'arbre récepteur d'inertie  $I_r$  supportant un couple résistant  $C_r$ .

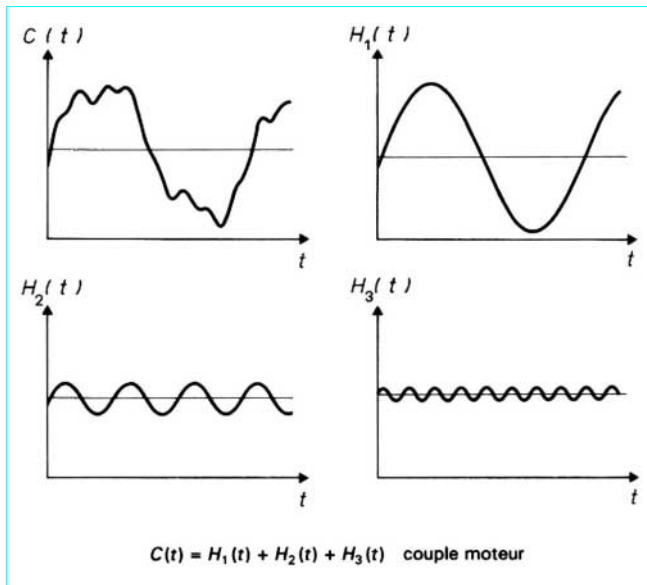


Figure 22 - Couple fluctuant périodique avec sa décomposition en série de Fourier (limitée aux trois premiers termes)

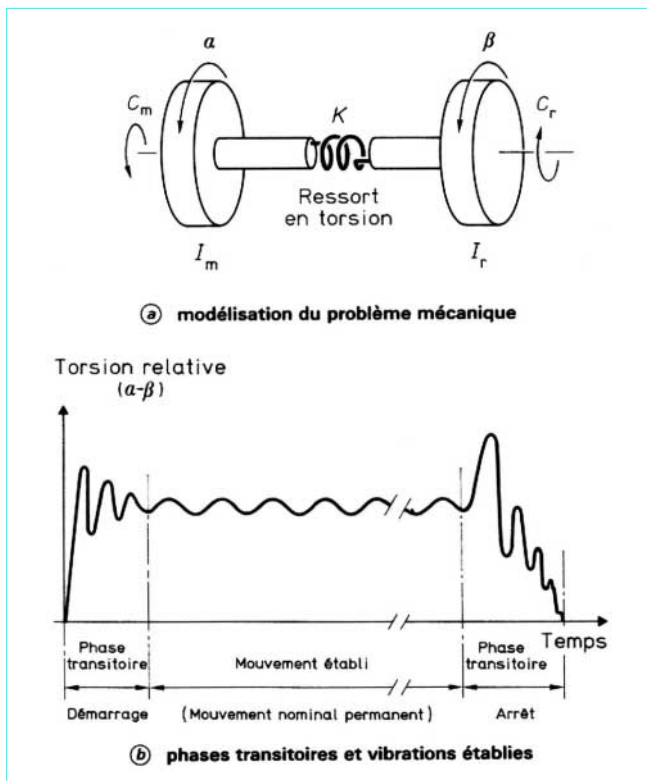


Figure 23 - Équilibre dynamique de deux arbres

L'équilibre dynamique des deux arbres donne le système différentiel suivant :

$$I_m \ddot{\alpha} + K\alpha - K\beta = C_m \quad (1)$$

$$I_r \ddot{\beta} + K\beta - K\alpha = -C_r \quad (2)$$

avec  $\ddot{\alpha} = \frac{d^2}{dt^2}(\alpha)$  et  $\ddot{\beta} = \frac{d^2}{dt^2}(\beta)$

soit  $\gamma = \alpha - \beta$  l'angle de torsion de l'accouplement, qui est aussi la rotation relative de  $I_m$  par rapport à  $I_r$ .

En calculant  $I_r \times (1) - I_m \times (2)$ , on obtient :

$$I_m I_r \ddot{\gamma} + K(I_m + I_r) \gamma = I_r C_m + I_m C_r \quad (3)$$

qui devient l'équation différentielle régissant le comportement de l'accouplement.

Afin de déterminer les mouvements vibratoires participant à la fatigue continue des arbres et de l'accouplement, il est nécessaire de se situer dans le cadre d'un mouvement établi, c'est-à-dire que les effets dynamiques dus au démarrage de la machine seront supposés amortis.

Dans ces conditions, il suffit de résoudre l'équation différentielle par des solutions particulières, la solution de l'équation homogène tendant vers zéro avec le temps (figure 23b).

■ **Remarque :** lorsque le lancement de la machine est rapide (mise en œuvre d'une puissance significative), il convient d'analyser l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (3) afin de déterminer la valeur maximale de la torsion dans l'accouplement, et d'en déduire ainsi sa tolérance ou non à cette phase de mise en route (idem pour l'arrêt).

Le comportement dynamique de la ligne d'arbres sera fonction des inerties mises en jeu, des rigidités d'accouplement et d'arbre de transmission, ainsi que des excitations vibratoires.

Dans tous les cas, on peut ramener le problème au modèle suivant :

- l'ensemble des inerties est ramené à deux inerties de part et d'autre de l'accouplement ; on appelle  $I_m$  l'inertie en amont de l'accouplement et  $I_r$  l'inertie en aval de l'accouplement ;
- $K$  est la rigidité globale en torsion entre  $I_m$  et  $I_r$ , composée de la rigidité de l'accouplement et de la rigidité des arbres de transmission.

Le fonctionnement nominal se caractérise par un couple  $C_0$  et une vitesse de rotation  $\omega_0$ . Les perturbations motrices sont caractérisées par des coefficients  $k_m$  et  $n_m$ , de même pour la partie réceptrice  $k_r$  et  $n_r$ .

Les cas successivement traités ci-après permettront par analogie la résolution de la plupart des problèmes de comportement dynamique de ligne d'arbres.

### 3.3.1 Cas d'un balourd simple en partie réceptrice

La **partie motrice** n'apporte pas de perturbation ( $k_m = 1$ ), donc :

$$C_m = C_0$$

La **partie réceptrice** perturbe le comportement ; cette perturbation se fait avec la même pulsation  $\omega_0$  que la pulsation du mouvement de rotation de l'arbre ( $k_r > 1, n_r = 1$ ), donc :

$$C_r = C_0 + \varepsilon_r \cos(\omega_0 t - \varphi)$$

avec  $\varepsilon_r = (k_r - 1) C_0$

L'équation différentielle du comportement de la ligne d'arbres devient :

$$I_m I_r \ddot{\gamma} + K(I_m + I_r) \gamma = I_r C_0 + I_m C_0 + I_m \varepsilon_r \cos(\omega_0 t - \varphi)$$

Soit pour le comportement établi :

$$\gamma = \gamma_c + \gamma_f$$

avec  $\gamma_c = \frac{C_0}{K}$  torsion constante due au couple nominal,

$$\gamma_f = \frac{I_m \varepsilon_r}{K(I_m + I_r) - I_m I_r \omega_0^2} \cos(\omega_0 t - \varphi) \text{ torsion fluctuante due à l'excitation vibratoire.}$$

L'amplitude de cette vibration de torsion est une fonction de  $\omega_0$ . Elle devient grande au voisinage de la vitesse :

$$\omega_c = \sqrt{\frac{K}{I}}$$

(avec  $\frac{1}{I} = \frac{1}{I_m} + \frac{1}{I_r}$ ) appelée *vitesse critique de torsion*.

Le comportement vibratoire est schématisé sur la figure 24, qui donne l'amplitude du mouvement vibratoire en fonction de la vitesse de révolution.

Autour de  $\omega_c$  existent de grandes déformations de torsion, qui sont provoquées par une résonance du système mécanique. Cette plage de vitesse est à éviter, car les phénomènes de fatigue des matériaux entraînent alors la ruine rapide de l'accouplement, voire des arbres de transmission.

### 3.3.2 Cas d'une excitation quelconque en partie réceptrice

La **partie motrice** n'apporte pas de perturbation ( $k_m = 1$ ), donc :

$$C_m = C_0$$

La **partie réceptrice** perturbe le comportement, à la pulsation  $n_r \omega_0$ , donc :

$$C_r = C_0 + \varepsilon_r \cos(n_r \omega_0 t - \varphi)$$

avec

$$\varepsilon_r = (k_r - 1) C_0$$

L'équation différentielle du comportement devient :

$$I_m I_r \ddot{\gamma} + K(I_m + I_r) \gamma = I_r C_0 + I_m C_0 + I_m \varepsilon_r \cos(n_r \omega_0 t - \varphi)$$

Soit pour le comportement établi :

$$\gamma = \gamma_c + \gamma_f$$

avec  $\gamma_c = \frac{C_0}{K}$  torsion constante due au couple nominal,

$$\gamma_f = \frac{I_m \varepsilon_r}{K(I_m + I_r) - I_m I_r n_r^2 \omega_0^2} \cos(n_r \omega_0 t - \varphi) \text{ torsion fluctuante due à l'excitation vibratoire.}$$

On remarque dans ce cas que la vitesse critique devient :

$$\omega_c = \sqrt{\frac{K}{I}} \cdot \frac{1}{n_r} \text{ avec } \frac{1}{I} = \frac{1}{I_m} + \frac{1}{I_r}$$

(elle est divisée par  $n_r$  par rapport au cas précédent).

Le comportement vibratoire est schématisé sur la figure 25.

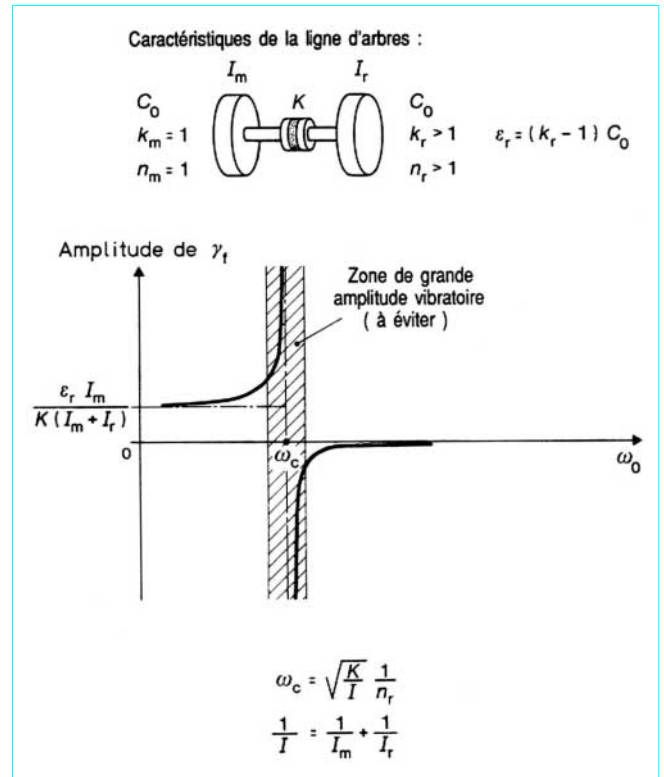
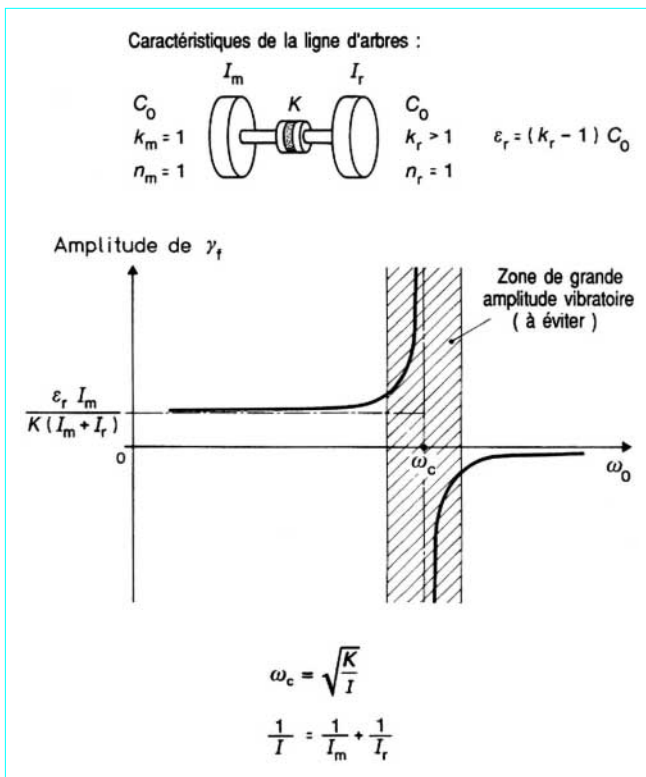


Figure 24 - Cas d'un balourd simple en partie réceptrice

Figure 25 - Cas d'une excitation quelconque en partie réceptrice

### 3.3.3 Cas d'une excitation motrice

L'équation différentielle régissant le mouvement est symétrique vis-à-vis des indices m et r. La réponse du système mécanique est donc de même type que précédemment ; elle s'analyse de la même manière.

### 3.3.4 Cas d'une excitation multiple

Dans le cas fréquent où il existe plusieurs types d'excitations simultanément, la linéarité de l'équation différentielle du mouvement permet de superposer les phénomènes.

La réponse mécanique de la ligne d'arbres est alors la somme des réponses à chaque excitation seule.

Par exemple, si l'on considère la ligne d'arbres du paragraphe 3.3.1 excitée par un balourd récepteur, à laquelle on superpose le cas du paragraphe 3.3.2 d'une excitation réceptrice, on obtient la réponse portée sur la figure 26.

### 3.3.5 Étude d'un cas réel

Une ligne d'arbres est constituée des éléments suivants (figure 27a) : un moteur monocylindrique 4 temps avec volant d'inertie, un accouplement, un multiplicateur de vitesse et un compresseur à pistons.

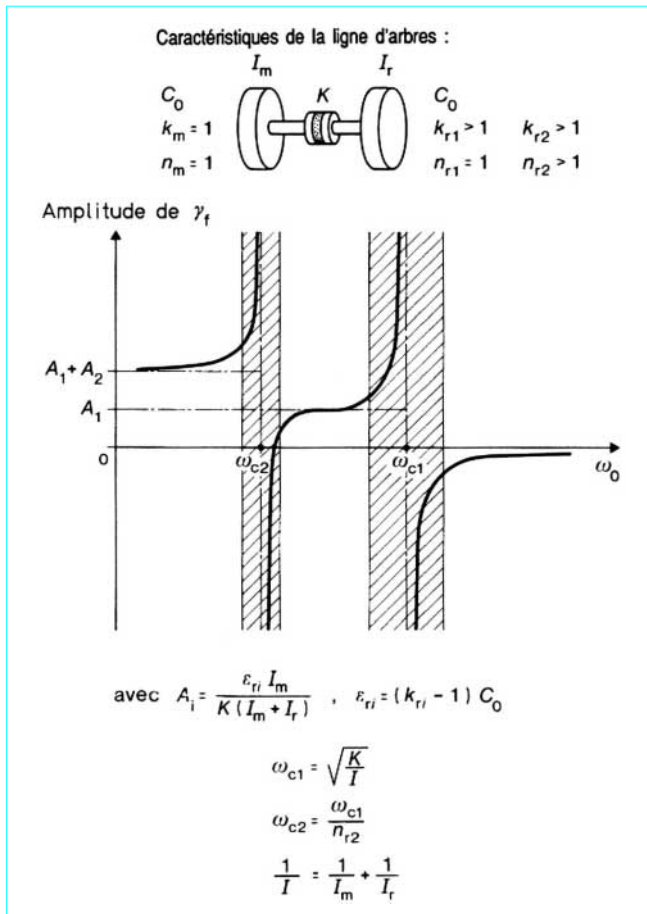


Figure 26 – Cas d'une excitation multiple en partie réceptrice

### Données

#### ● Caractéristiques mécaniques :

Point de fonctionnement nominal :  $\omega_0 = 2\,250$  tr/min  
 $C_0 = 153$  N · m

Inertie des parties mobiles du moteur et de son volant d'inertie :

$$I_m = 0,23 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Rigidité torsionnelle de l'accouplement :  $K = 24\,200$  N · m/rad

Inertie de l'arbre intermédiaire :  $I_i = 0,043$  kg · m<sup>2</sup>

Rapport de multiplication au multiplicateur : 2,8

Inertie des parties mobiles du compresseur :  $I_c = 0,081$  kg · m<sup>2</sup>

#### ● Coefficients de service : les perturbations sont liées à deux excitations motrices et une excitation réceptrice :

moteur  $k_{m1} = 1,1$     $n_{m1} = 1$  (balourd)

$k_{m2} = 1,7$     $n_{m2} = 0,5$  (1 temps moteur/4 temps)

récepteur  $k_{r1} = 1,4$     $n_{r1} = 1$

#### ■ Détermination des inerties de part et d'autre de l'accouplement :

$$I_m = 0,23 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_r = I_i + (2,8)^2 I_c = 0,678 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$I_r$  est l'inertie d'un arbre fictif en aval de l'accouplement, le modèle devant avoir la même énergie cinétique que le système réel.

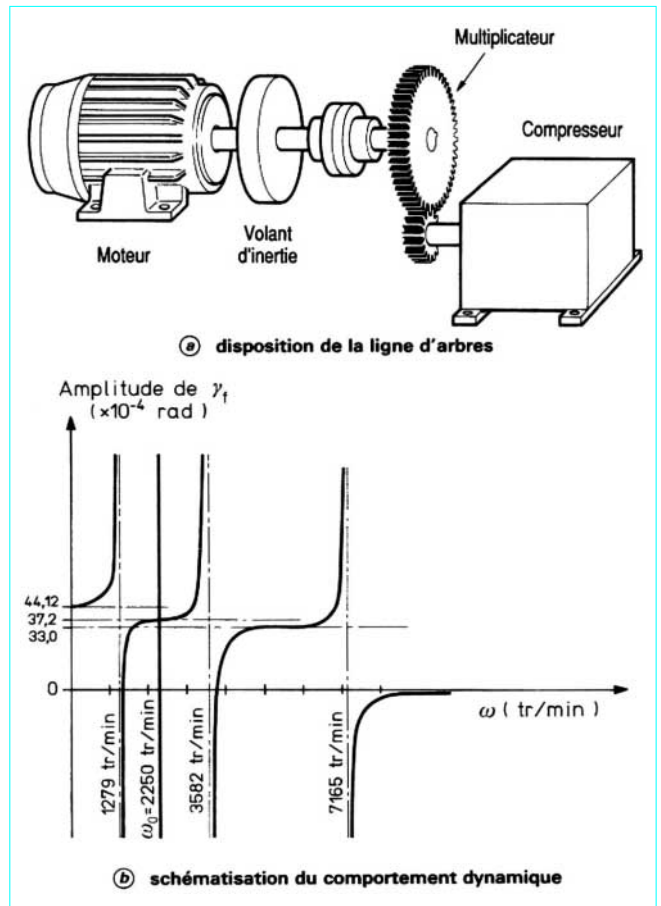


Figure 27 – Étude d'un cas réel

### ■ Détermination des vitesses critiques :

$$\omega_{c_i} = \frac{1}{n_i} \sqrt{\frac{K}{I}} \quad \text{avec} \quad I = \frac{I_r I_m}{I_r + I_m} = 0,172 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Ici  $n_{m1} = 1$ ,  $n_{m2} = 0,5$  et  $n_{r1} = 2,8$  car une perturbation par cycle du compresseur engendre 2,8 perturbations par cycle de révolution de l'accouplement.

$$\text{D'où } \omega_{c1} = 375 \text{ rad/s} \quad (3\,582 \text{ tr/min})$$

$$\omega_{c2} = 750 \text{ rad/s} \quad (7\,165 \text{ tr/min})$$

$$\omega_{c3} = 133,9 \text{ rad/s} \quad (1\,279 \text{ tr/min})$$

### ■ Détermination des amplitudes des mouvements vibratoires :

$$A_1 = \frac{\varepsilon_{m1} I_r}{K(I_m + I_r)} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_{m1} = (k_{m1} - 1) C_0$$

$$A_2 = \frac{\varepsilon_{m2} I_r}{K(I_m + I_r)} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_{m2} = (k_{m2} - 1) C_0$$

$$A_3 = \frac{\varepsilon_{r1} I_m}{K(I_m + I_r)} \quad \text{avec} \quad \varepsilon_{r1} = (k_{r1} - 1) C_0$$

$$\text{soit } A_1 = 4,72 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$A_2 = 3,30 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$A_3 = 6,40 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

Le comportement dynamique peut alors se schématiser comme sur la figure 27b.

Le fonctionnement nominal se situe donc entre la première et la seconde vitesse critique. Celui-ci se caractérise par une demi-amplitude vibratoire de  $37,2 \times 10^{-4}$  rad.

À cette déformation dynamique s'ajoute la torsion relative nominale sous couple nominal, soit  $63,22 \times 10^{-4}$  rad. La déformation réelle maximale est donc de  $10,04 \times 10^{-3}$  rad.

Il convient de vérifier si l'accouplement choisi est capable de supporter cette torsion, correspondant à un chargement instantané de  $243 \text{ N} \cdot \text{m}$ . On voit donc sur cet exemple que les effets dynamiques ne sont pas à négliger (ils augmentent de 58 % le chargement nominal prévu).

■ **Remarque** : lors des phases transitoires (mise en marche ou arrêt), il faut dans la disposition retenue passer la première vitesse critique de 1 279 tr/min. La résonance correspondante risque alors d'entraîner une rupture dans la ligne d'arbres. Pour éviter ce phénomène, plusieurs solutions sont envisageables :

- passer la vitesse critique sans couple sur l'arbre de transmission (n'utiliser l'organe récepteur que lorsque la vitesse nominale est atteinte) ;

- modifier l'allure du comportement dynamique ; ici, une augmentation de la rigidité torsionnelle permet un fonctionnement sous les vitesses critiques ;

- rendre la transmission caduque à partir d'un seuil protégeant l'accouplement, mais permettant la transmission de puissance au point de fonctionnement nominal. Un limiteur de couple est à insérer dans la ligne d'arbres. Dans l'exemple, un limiteur de couple taré à  $350 \text{ N} \cdot \text{m}$  (=  $243 \text{ N} \cdot \text{m}$  plus une sécurité) permet un passage sans problème de la première vitesse critique.

### 3.3.6 Influence de l'amortissement

Dans tous les accouplements, la mobilité relative des pièces ou la déformation des parties élastiques engendre frottement ou visco-élasticité. De ce fait, les phénomènes vus précédemment sont réduits dans leur amplitude. Une partie de l'énergie due aux perturbations excitatrices se transforme en chaleur dans l'accouplement. La modification des amplitudes des comportements dynamiques a l'allure de la figure 28.

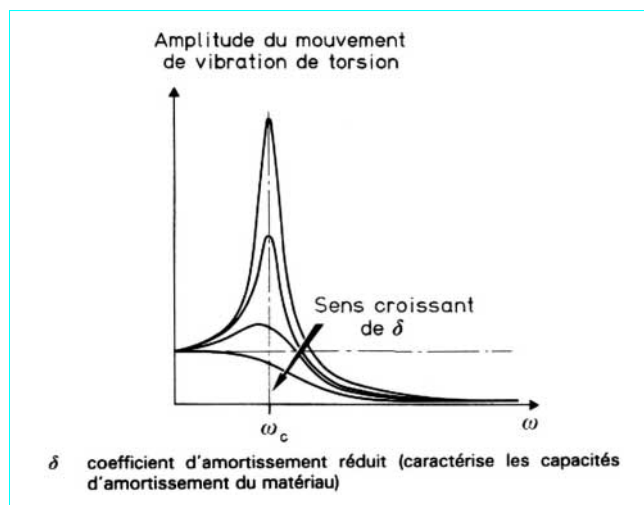


Figure 28 – Évolution de la réponse d'une ligne d'arbres avec l'amortissement

**Remarque** : malgré la diminution des effets de résonance, il ne convient pas d'utiliser un accouplement à une vitesse critique. En effet, dans un tel cas de figure, les parties déformables de l'accouplement sont fortement sollicitées. Cette sollicitation alternée entraîne sa ruine prématurée.

## 4. Critères de choix

L'accouplement se choisit dans une large gamme de produits industriels dont quelques exemples sont cités dans cet article.

Afin d'assurer le fonctionnement sans problème, les éléments suivants sont à évaluer successivement : la rigidité torsionnelle, le couple transmissible, les aptitudes à supporter les défauts d'alignement et la vitesse de rotation.

### 4.1 Rigidité torsionnelle

Le choix de ce paramètre permet l'adéquation au mieux de la plage de fonctionnement (vitesse de rotation des arbres accouplés) aux zones des vitesses critiques de torsion de la ligne d'arbres.

Le paragraphe 3 permet d'estimer le comportement dynamique de l'accouplement monté. Il est directement influencé par la rigidité torsionnelle  $K$ . Pour assurer un fonctionnement sans vibrations préjudiciables, deux choix principaux sont possibles : une vitesse de rotation inférieure ou supérieure à la zone de vitesse critique.

■ **Remarque** : une rigidité importante de l'accouplement ne permet pas de négliger la rigidité des arbres. Il faudra en tenir compte car celle-ci diminue la première vitesse critique.

#### 4.1.1 Fonctionnement rigide

La première vitesse critique est choisie supérieure à la vitesse de rotation nominale (figure 29a).



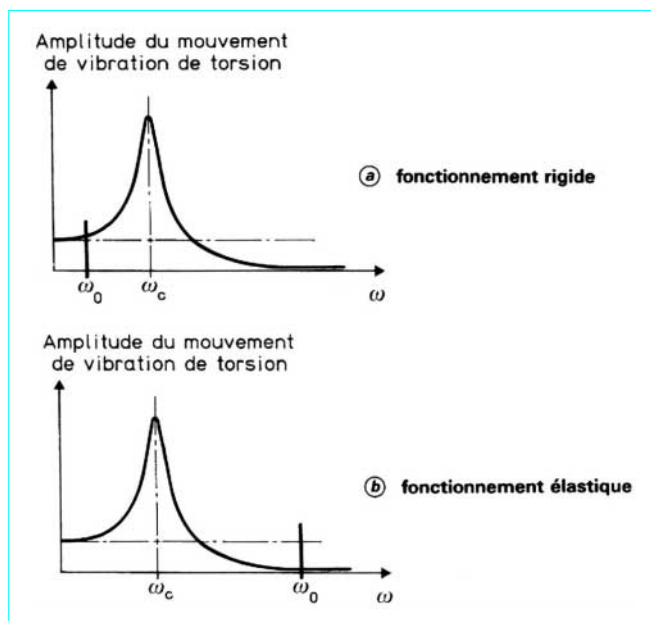


Figure 29 – Fonctionnement rigide ou élastique d'une ligne d'arbres

Il convient de rigidifier au mieux l'accouplement afin de repousser la zone critique vers les vitesses de rotation élevées, à la limite choisir un joint de transmission mécanique.

Ce sont des accouplements entièrement métalliques (par exemple, figure 14 p. 6).

#### 4.1.2 Fonctionnement élastique

Le dimensionnement de la ligne d'arbres (rigidité et inerties) est fait pour créer un filtre passe-bas des perturbations mécaniques.

La vitesse de fonctionnement nominale se situe au-delà des vitesses critiques de torsion. Celles-ci sont alors sans effet sur le fonctionnement dynamique. L'angle de torsion entre les deux arbres est constant à vitesse nominale (figure 29b).

Le choix de la rigidité torsionnelle doit être un compromis entre une faible valeur pour avoir des vitesses critiques faibles et une valeur suffisante pour la transmission du couple de l'arbre moteur à l'arbre récepteur.

**Remarques :**

- le fonctionnement « élastique » est non homocinétique ;
- une augmentation des inerties (ajout de volant d'inertie) permet de remplacer une diminution de rigidité torsionnelle ;
- lors des montées et descentes en vitesse, le passage des vitesses critiques est incontournable. Les perturbations alors engendrées peuvent être préjudiciables au bon fonctionnement ou à la tenue de l'accouplement. Un limiteur de couple, monté en série dans la ligne d'arbres, permet de sécuriser les phases de passage des vitesses critiques.

## 4.2 Couple transmissible

Chaque accouplement est livré garanti résistant à un couple maximal donné par le fournisseur.

Il convient donc de toujours vérifier la bonne tenue de l'organe de transmission aux sollicitations de torsion. Celles-ci sont issues de la superposition :

- du couple nominal de fonctionnement ;
- du couple fluctuant généré par les effets vibratoires ;
- des couples aux phases transitoires.

## 4.3 Aptitudes à supporter les défauts d'alignement

Le montage de la ligne d'arbres se fait dans des intervalles de tolérance géométrique.

Il faut s'assurer que ceux-ci restent compatibles avec les possibilités de mouvement de l'accouplement données par le fournisseur.

■ **Remarque :** certains accouplements voient leurs performances réduites lors des utilisations en configuration géométrique extrême (défaut d'alignement important).

## 4.4 Vitesse de rotation

La vitesse de rotation de la ligne d'arbres doit rester inférieure à la limite préconisée par le constructeur. Un dépassement de cette limite peut engendrer :

- des phénomènes vibratoires supplémentaires, dus à l'excitation des modes propres de vibration de l'accouplement ;
- la détérioration, voire l'éclatement, de l'accouplement liée aux sollicitations de l'effet centrifuge.

# 5. Accouplement, instrument de la maintenance prédictive

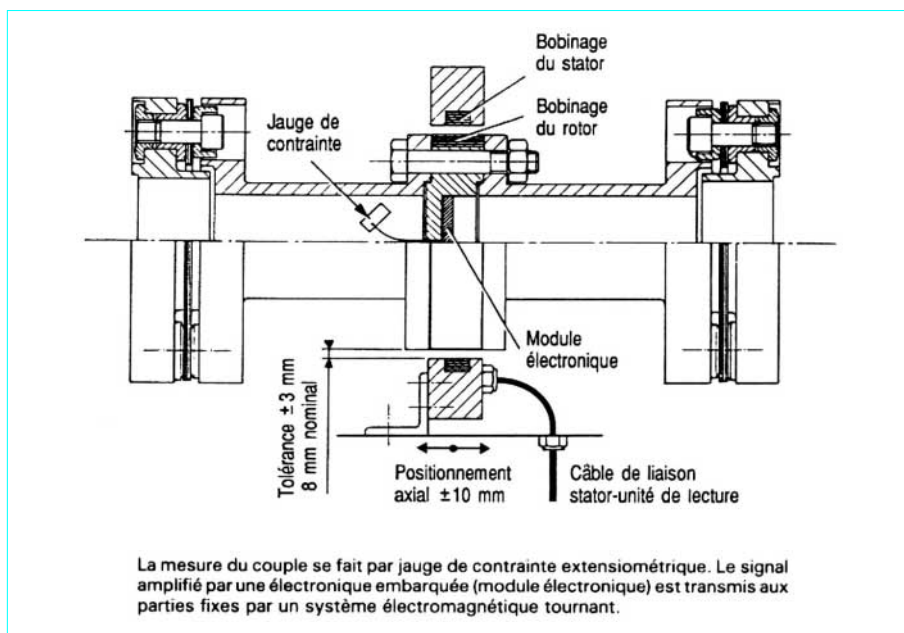
La stratégie de l'entreprise inclut de plus en plus une maintenance prédictive de son parc machine. L'accouplement situé entre le moteur et l'outil de production peut s'avérer être un organe de maintenance prédictive.

Des accouplements permettent une mesure en temps réel du couple transmis. D'autres systèmes permettent la mesure de la déformée angulaire de l'accouplement (figure 30).

De tels dispositifs permettent de mesurer :

- le **couple** moyen, qui correspond au point de fonctionnement normal ; un écart de sa valeur traduit un défaut dans le comportement de la machine ;
- l'**amplitude et la pulsation des vibrations de torsion** ; une modification des vibrations de torsion (amplitude ou pulsation) traduit une modification soit de l'excitation vibratoire, soit du système mécanique (fissuration d'un arbre, par exemple).

Une analyse informatisée du signal peut provoquer l'arrêt de la machine avant une conséquence préjudiciable (rupture d'un organe mécanique, par exemple).



**Figure 30 – Exemple de réalisation d'un accouplement en tant qu'organe de mesure** (doc. Flexibox)

# Accouplements d'arbres

## Accouplements élastiques

par **Guy VALEMBOS**

*Agrégé de Mécanique, Professeur du cadre des ENSAM  
Responsable de la formation des agrégés de Mécanique  
à l'Université Paul Sabatier de Toulouse  
Professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse  
Ingénieur Conseil*

### Constructeurs. Fournisseurs

(liste non exhaustive)

Accel SA.

Acla France Polyuréthane.

Acoplast (Sté).

Amortisseurs Apex.

Atep.

Ausbart (Éts).

Beltex (Sté).

Brampton Renold SA.

CCM Sulzer.

Clamagiand (Éts).

Clécim.

Collins et Tournadre Tourco.

Colmant Cuvelier Dodge (Éts).

Comélor (Sté).

David Brown Sadi France.

De Dietrich et Cie.

Domange (Sté).

Engins Mécaniques Ségor SA.

Engrenages et Réducteurs Citroën-Messian-Durand.

Esco Transmissions SA.

Fenner SA.

Fimet France (Sté).

Fitramec Sarl.

Hansen-SIT (Sté).

Hanssen et Cie.

Kopp France SA.

Lebel Simplabelt.

Lenze SA.

LPMI (Le Prototype Mécanique Industrie).

Maag France SA.

Mannesmann Demag SA.

Nord Réducteurs Sarl.

Ortlinghaus (Sté).

Paulstra SNC.

Posiva Sarl.

Promatec (Sté).

Prud'Homme Transmissions.

RBEI (Rémy Barrère Engrenage Industrie).

Reliance Électric SA.

Rexnord Chaines (Sté).

Richard Systèmes et Cie.

Sedis (Cie des Transmissions Mécaniques).

Séditec (Sté).

Siam Ringspann SA.

Simétra-Flender (Sté).

SKF Équipements.

Socitec SA.

Sopap.

Stromag SA.

Trémault (Éts).

Unicum Outillage Variations.

Valéo SA.

Varéac TRM (Sté).

Weco II SA.

### Organismes

(pouvant régler un problème d'accouplement)

Centre Technique des Industries Mécaniques (CETIM).

Centres Régionaux Interuniversitaires de Transfert Technologique (CRITT).

Union Nationale des Industries Mécaniques (UNITRAM).

Union de Normalisation de la Mécanique (UNM).