

C6 - LA CORRECTION DES SYSTEMES ASSERVIS

Les performances d'un système asservi linéaire se mesurent selon des critères précis:

Performances	Critères	Commentaires
Stabilité	Marge de phase Marge de gain	définies en BO
Précision	Erreur statique Erreur de traînage Dépassement Robustesse	entrée en échelon entrée en rampe réaction à une perturbation
Rapidité	Temps de réponse Bande passante (en BO ou BF)	à 5% à 0 ou -xdb

Le comportement naturel (sans correction) d'un système asservi ne permet pas de vérifier toutes ces performances du cahier des charges simultanément.

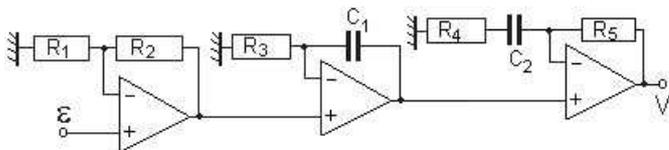
La correction des asservissements a pour objectif d'**optimiser les performances en trouvant un compromis entre la stabilité et les autres critères** (précision, rapidité).

Objectif: optimiser les performances d'un système asservi linéaire

I. LA CORRECTION SERIE

Un correcteur est un composant de la chaîne d'information dont la fonction est de corriger l'écart en sortie de comparateur afin d'adapter la tension de commande permettant de piloter les composants de la chaîne d'énergie.

Il est placé tout de suite après le comparateur, juste en aval de l'écart. La plupart des corrections sont numériques, un convertisseur NA (numérique-analogique) permet d'attaquer la chaîne d'énergie (souvent un pré-actionneur) en tension ou en courant.



Correcteur PID analogique (AO)



Correcteur PID analogique industriel

```
error_prior = 0
integral = 0
Kp = Some value
```

```
Ki = Some value
Kd = Some value
```

```
while(1) {
    error = desired_value - actual_value
    integral = integral + (error*iteration_time)
    derivative = (error - error_prior)/iteration_time
    output = Kp*error + Ki*integral + Kd*derivative + bias
    error_prior = error
    sleep(iteration_time)
}
```

Correcteur PID numérique (pseudo-code)

1. Schéma synoptique

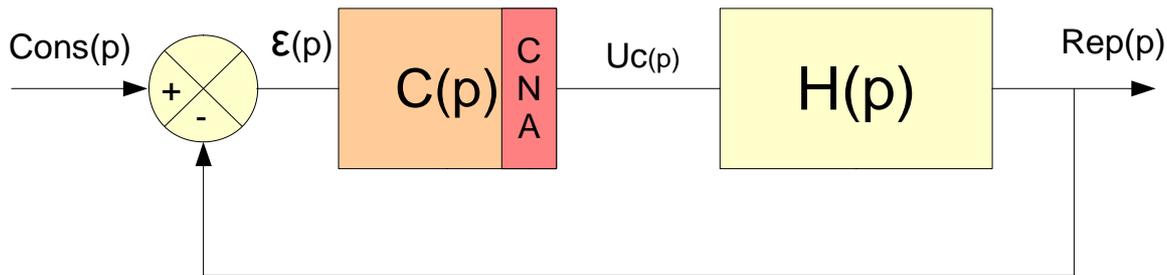


Figure 1 : implantation d'un correcteur

Le système est un asservissement, l'écart $\varepsilon(p)$ est proportionnel à la différence $Cons(p) - Rep(p)$.

Le schéma-bloc peut alors se mettre sous la forme d'un schéma à retour unitaire si l'on considère que la condition de bon fonctionnement est réalisée.

2. Rappel : calculs utiles

II. LES ACTIONS CORRECTIVES

1. Les actions proportionnelle, intégrale et dérivée.

On peut associer un type de correction série à une performance à améliorer. Dans un premier temps, il faut s'assurer d'avoir un système stable en BO, c'est à dire une MP au moins égale à 45° .

Pour assurer cette marge il « suffit » d'augmenter la phase de la $FTBO_{nc}(p)$ autour de la pulsation de gain nul que nous appellerons ω_u .

Une correction de type « dérivée » permet d'accroître la phase de 90° maximum et peut contribuer à améliorer la stabilité de l'asservissement.

Pour améliorer la précision, nous pouvons soit augmenter le gain de $FTBO_{nc}(p)$, une action « **proportionnelle** » permet de multiplier ce gain par un autre de notre choix.

Nous pouvons aussi augmenter la classe de cette fonction transfert en prenant une action « **intégrale** » qui augmentera la classe de 1. De plus comme le correcteur est placé en amont de l'éventuelle perturbation, elle sera rejetée par cette action « intégrale ».

Augmenter le gain par une action « proportionnelle » augmentera la bande passante puisque le déphasage ne sera pas affecté par ce gain. La rapidité du système sera améliorée.

Cependant, ces deux corrections « proportionnelle » et « intégrale » vont réduire la stabilité du système, il faudra y être attentif.

Le correcteur idéal doit regrouper ces trois types d'actions correctives. Il sera appelé correcteur **Proportionnel Intégral Dérivé** : **le correcteur PID**.

2. Le correcteur PID

Les trois exemples suivant vont permettre d'illustrer les méthodes de détermination d'une correction série PI, PD et à avance de phase.

III. EXEMPLE 1: LE CORRECTEUR PROPORTIONNEL INTEGRAL

1. Cahier des charges

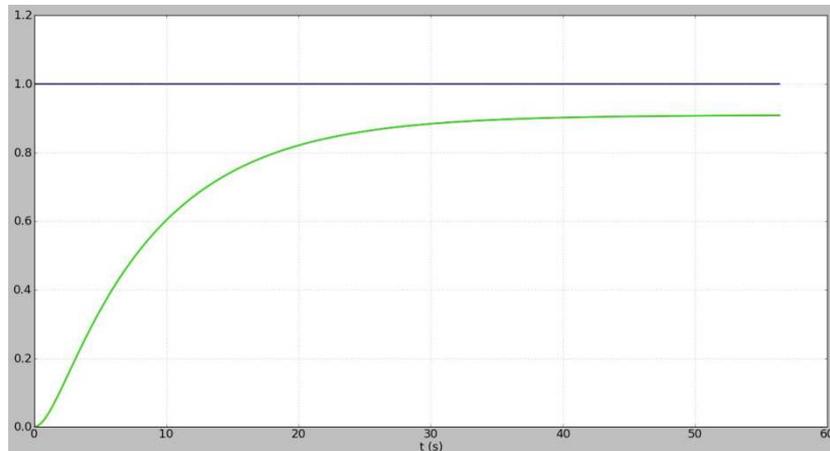
Nous définissons un système asservi dont la fonction transfert en boucle ouverte naturelle est :

$$FTBO_{nc}(p) = \frac{10}{(1+p)(1+100p)}$$

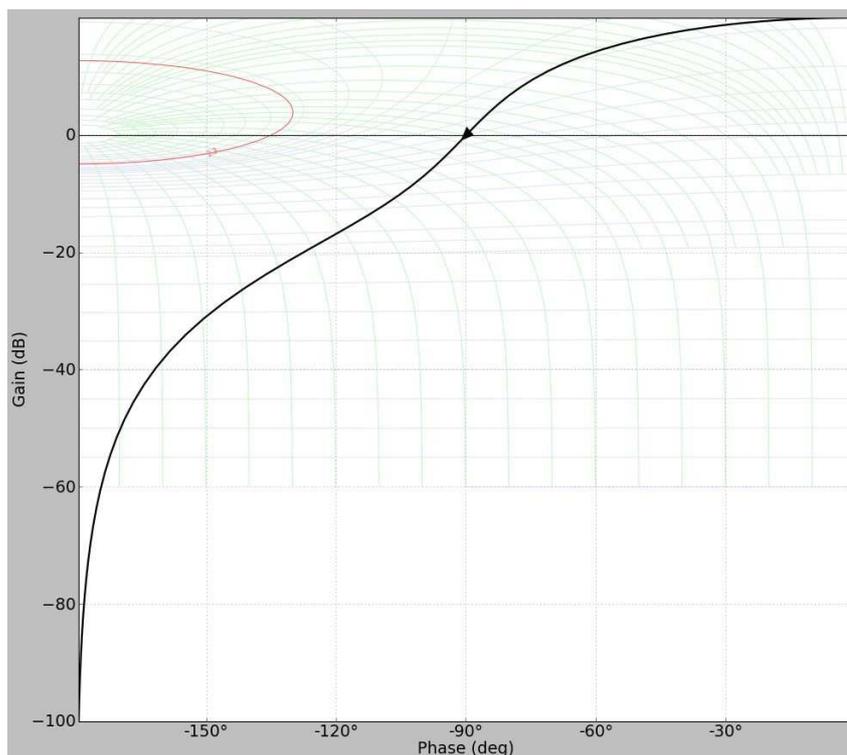
Le cahier des charges impose les performances suivantes :

Performances	Critères	Niveau
Stabilité	Marge de phase Marge de gain	45° 20 dB mini
Précision	Erreur statique Erreur de traînage Dépassement Robustesse	Nulle <20% 25% maxi Erreur dûe à la perturbation = 0
Rapidité	Temps de réponse à 5% Bande passante à 0dB en BO	Minimal 10 rad/s

La réponse temporelle à **une entrée de type échelon unitaire** est donnée par la figure suivante :



La réponse fréquentielle en boucle ouverte est donnée par **le diagramme de Black** de la $FTBO_{nc}(p)$:



2. Vérification des performances naturelles (ou non corrigées)

Performances	Critères	Niveaux non corrigés
Stabilité	Marge de phase Marge de gain	
Précision	Erreur statique Erreur de traînage Dépassement	
Rapidité	Temps de réponse à 5% Bande passante à 0dB en BO	

Explications :

Conclusions et diagnostic :

Dans un premier temps, nous utiliserons une correction de type proportionnelle avec un correcteur de fonction

$$\text{transfert } C(p) = \frac{U_c(p)}{(p)} = K_p .$$

3. Correcteur proportionnel

- **Réglage du gain**

Le correcteur proportionnel translate le gain de $20 \cdot \log K_p$, sans affecter le déphasage.

On souhaite une marge de phase de 45° .

Il suffit de faire en sorte que pour une phase de -135° le gain soit nul

- **Influence sur les autres performances**

Rapidité : Le gain de la BO est augmenté, le système sera plus rapide.

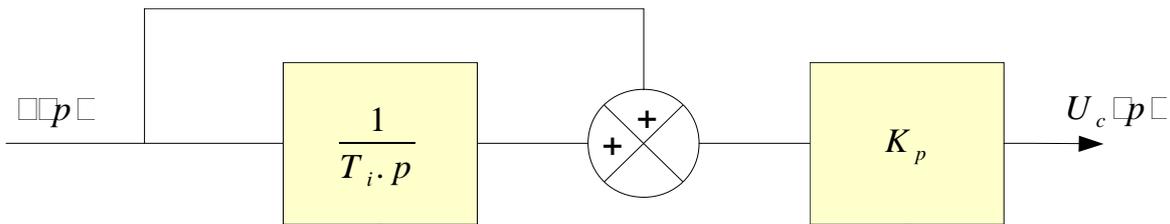
$$T_s = 6,11 s ; \omega_{0dB} = 1 \text{ rad/s}$$

Précision : le gain de la BO est augmenté, le système sera plus précis.

$$E_s = 0,7 \% ; E_v = + \infty ; D_1 = 23 \%$$

Conclusion:

1. Correcteur Proportionnel-Intégral

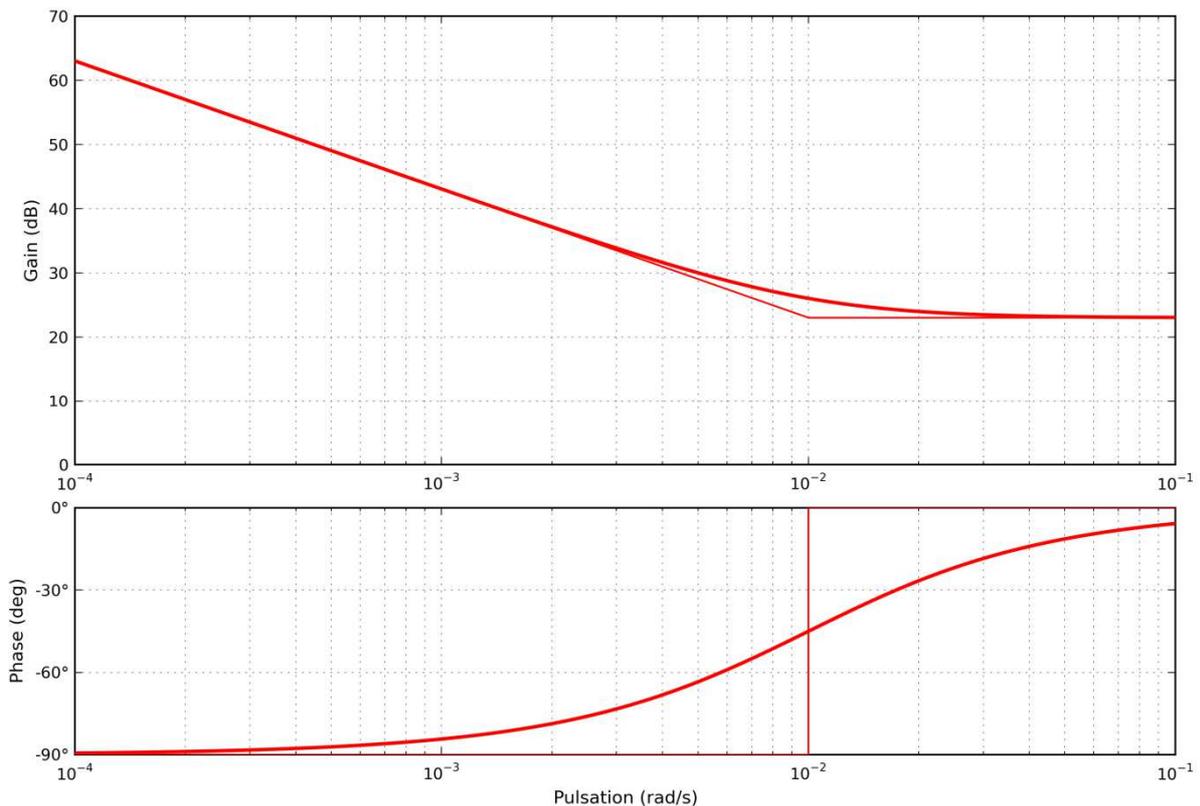


Fonction de transfert :

- **Précision :**

La classe de la FTBO passe à 1. L'erreur statique pour un échelon est nulle.

- **Stabilité :** Traçons les diagrammes de Bode de ce correcteur :



Justifications :

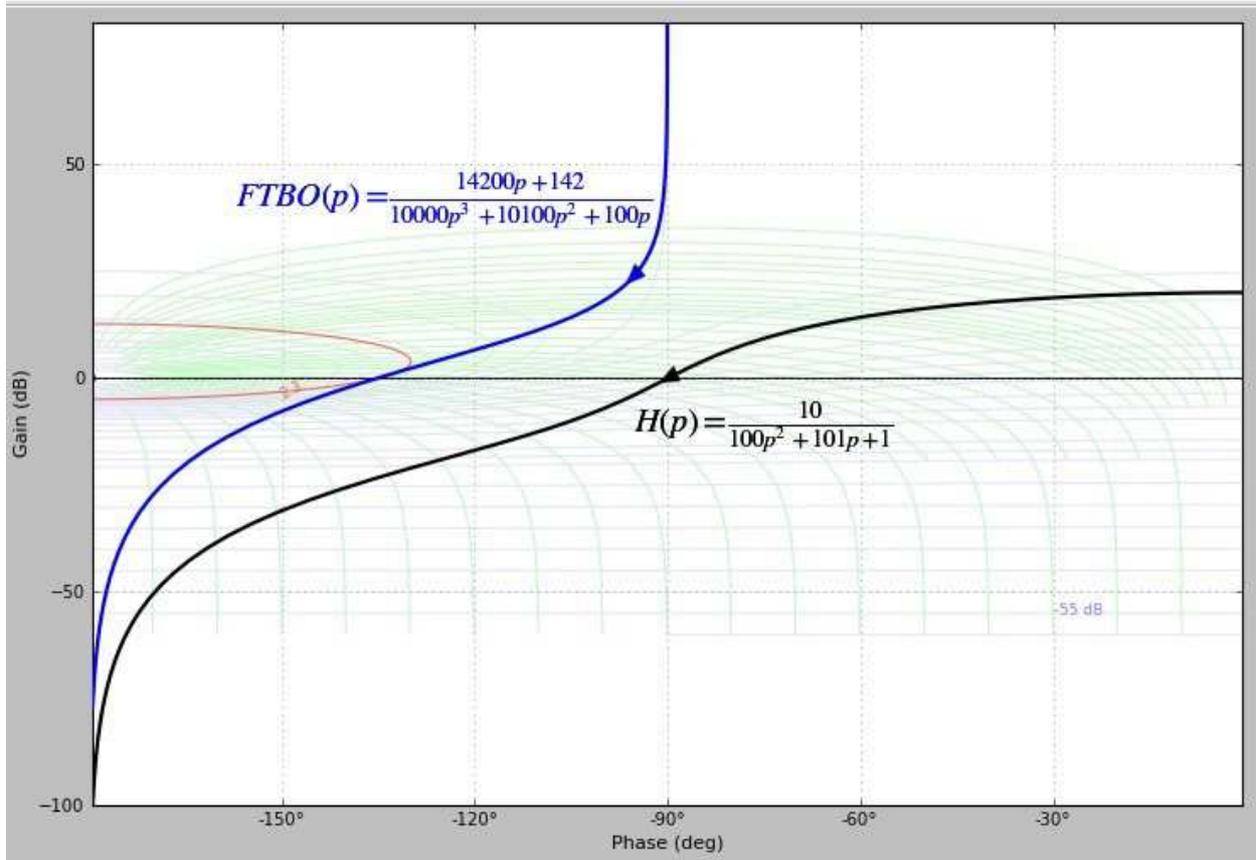
Réglage de Ti :

Réglage de Kp :

Il suffit de faire en sorte que pour une phase de -135° le gain soit nul :

Le correcteur obtenu est alors le suivant : $C(p) = \frac{U_c(p)}{\epsilon(p)} = 14,4 \cdot \frac{1 + 100 \cdot p}{100 \cdot p}$

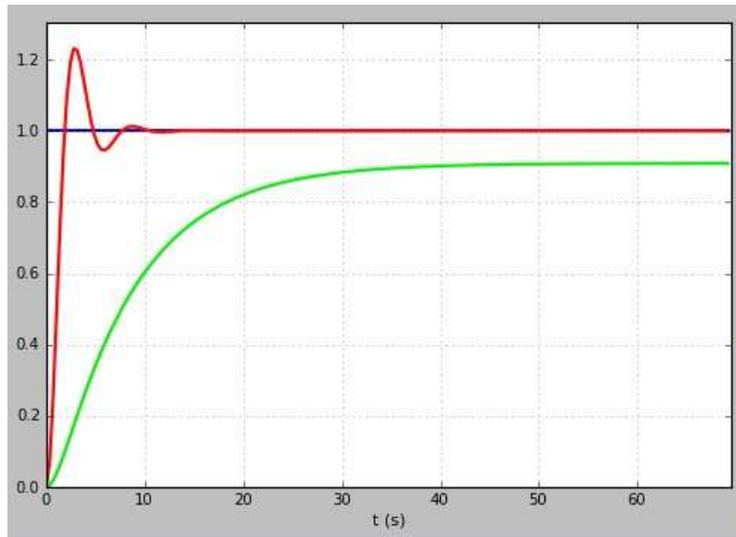
La réponse fréquentielle du système est donnée par les diagrammes de Black :



Le système est stable et $MP = 45^\circ$ et $MG = +\infty$.

- **Influence sur les autres performances**

La réponse temporelle à un échelon unitaire du système est donnée par le tracé suivant :



Rapidité :

Précision : la classe de la BO est augmentée, le système sera plus précis.

Les performances du cahier des charges sont respectées.

IV. EXEMPLE 2: LE CORRECTEUR PROPORTIONNEL DERIVE

1. Cahier des charges

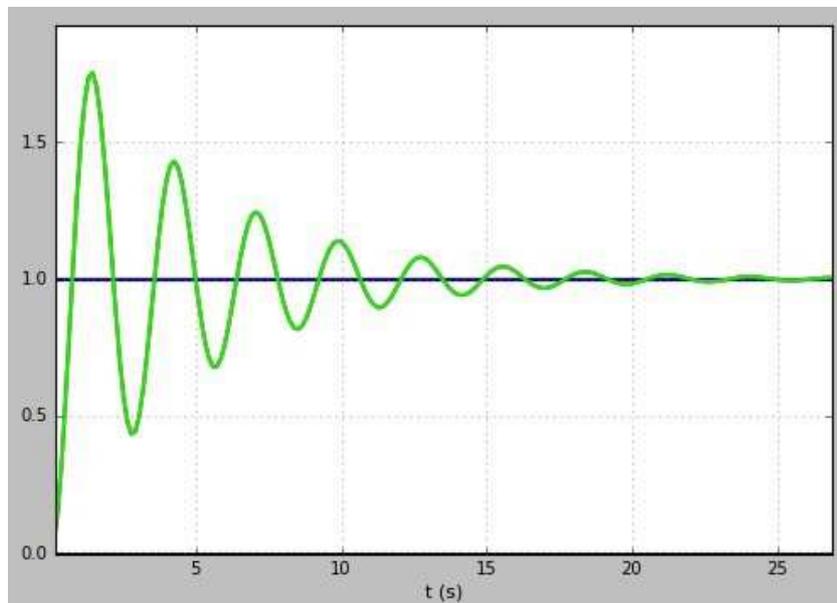
Nous définissons un système asservi dont la fonction transfert en boucle ouverte naturelle est :

$$FTBO_{nc}(p) = \frac{10}{p(1+2p)(1+0,02p)}$$

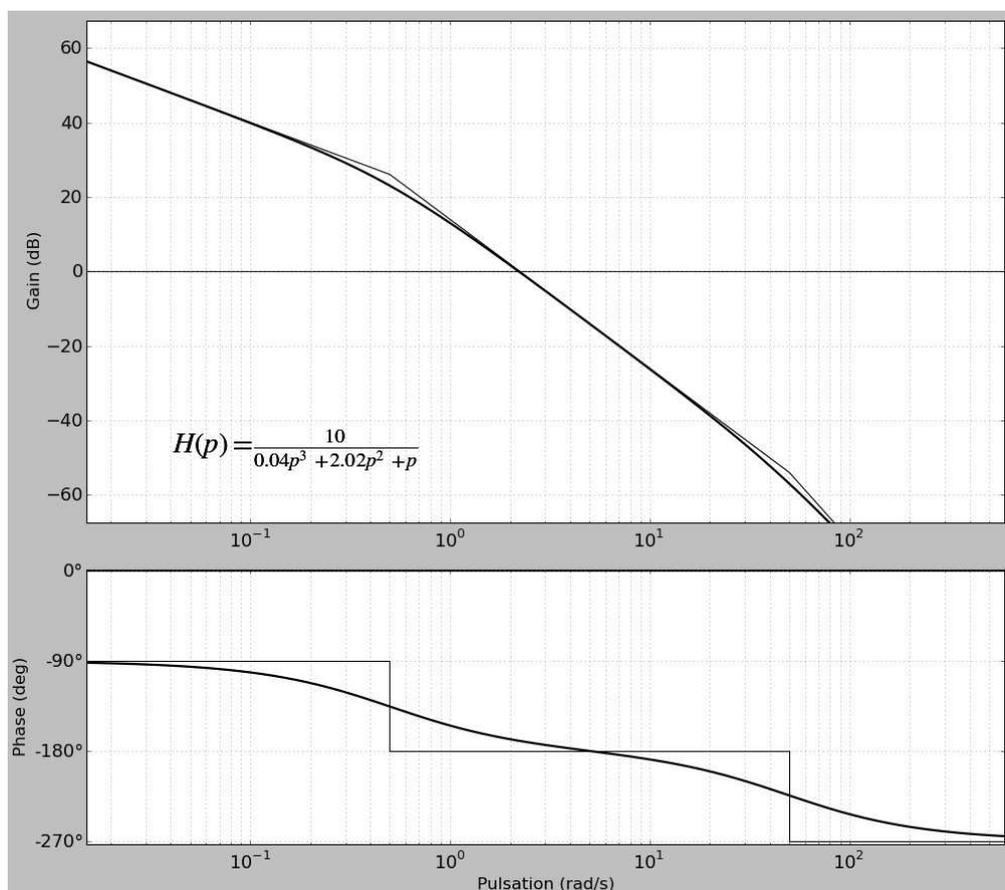
Le cahier des charges impose les performances suivantes pour l'asservissement:

Performances	Critères	Niveau
Stabilité	Marge de phase Marge de gain	45° 20 dB mini
Précision	Erreur statique Erreur de traînage Dépassement Robustesse	Nulle <1% 25% maxi Erreur nulle
Rapidité	Temps de réponse à 5% Bande passante à 0dB en BO	0,2 s 45 rad/s

La réponse temporelle à une entrée de type **échelon unitaire** est donnée par la figure suivante :



La réponse fréquentielle en boucle ouverte est donnée par les diagrammes de Bode de la $FTBO_{nc}(p)$:



Performances naturelles	Critères	Niveaux non corrigés
Stabilité	Marge de phase Marge de gain	
Précision	Erreur statique Erreur de traînage Dépassement	
Rapidité	Temps de réponse à 5% Bande passante à 0dB en BO	

Explications :

Conclusions et diagnostique :

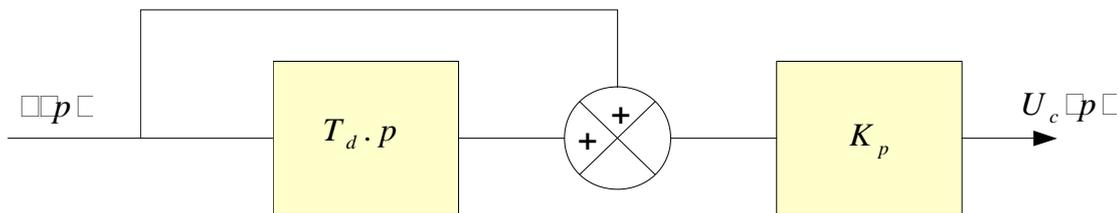
2. Correcteur proportionnel

Nous pouvons dans un premier temps régler la marge de phase en utilisant un correcteur proportionnel, **il suffit de baisser cette fois le gain à 0dB lorsque la phase vaut -135°.**

L'augmentation de la marge de phase ne peut pas se faire un correcteur proportionnel.

En complétant ce correcteur par une action dérivée, nous allons faire en sorte d'améliorer les marges de stabilité.

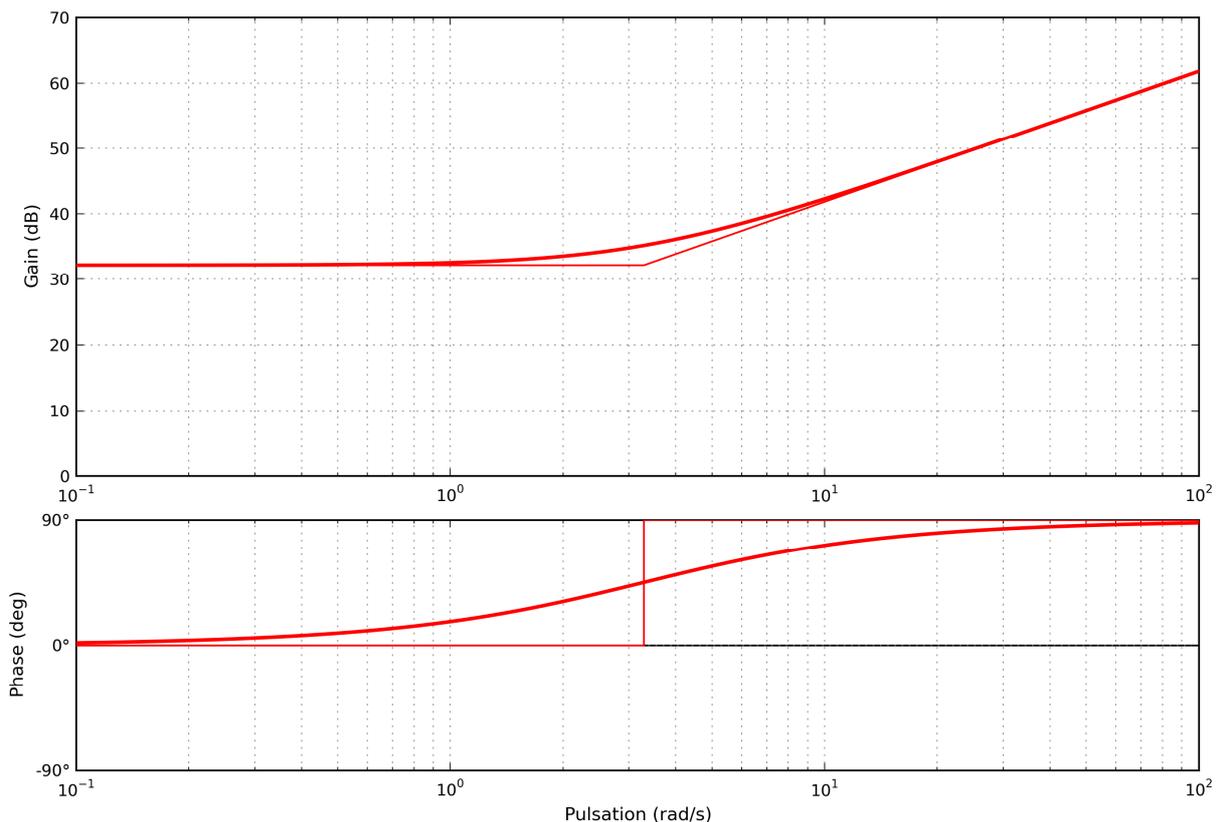
3. Correcteur Proportionnel-Dérivé



Fonction de transfert :

- **Stabilité**

Traçons les diagrammes de Bode de ce correcteur :



Justifications :

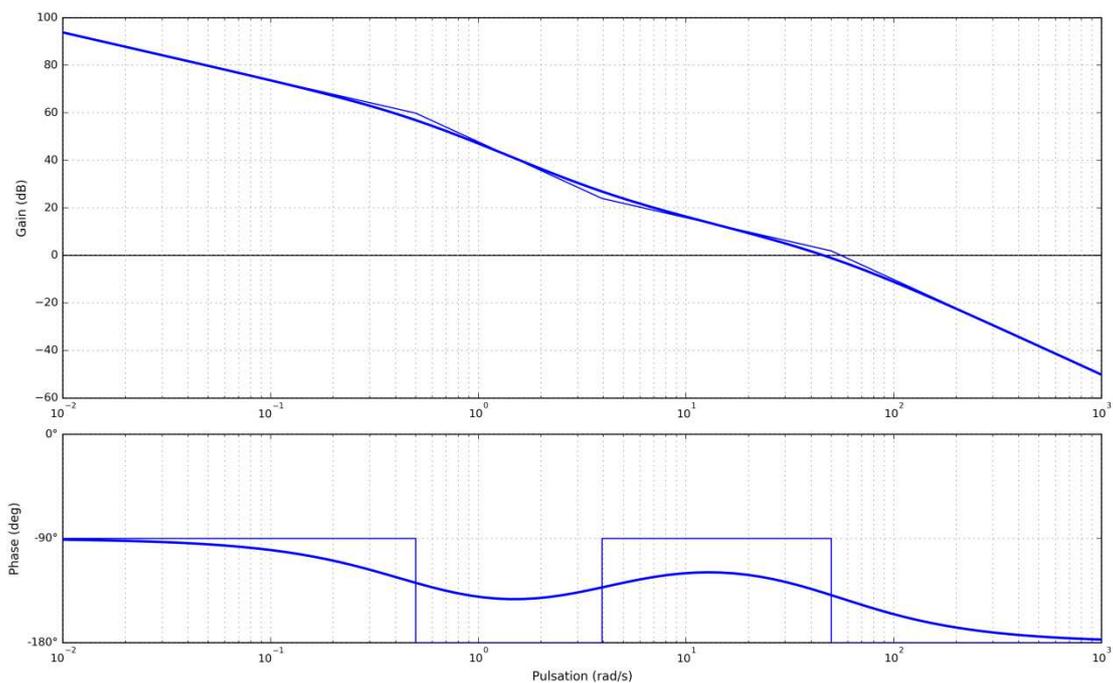
Nous plaçons le correcteur de façon à augmenter la phase de la $FTBO_{nc}(p)$ autour de la pulsation de gain nul que nous appellerons ω_u . **Nous ferons en sorte que la marge de phase soit de 45° .**

Réglage de Td :

Réglage de Kp :

Le correcteur obtenu est alors le suivant : $C(p) = \frac{U_c(p)}{(p)} = 49 \cdot (1 + 0.254 \cdot p)$.

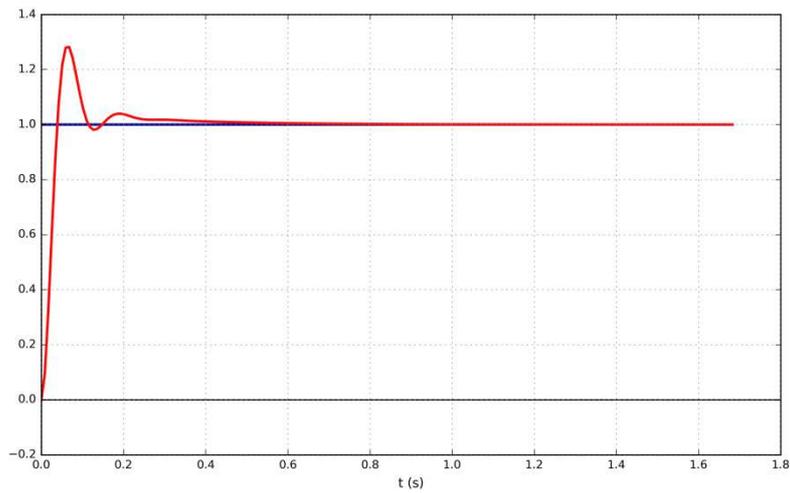
La réponse fréquentielle du système est donnée par les diagrammes de Bode :



Le système est stable et $MP = 45^\circ$ et $MG = +\infty$.

- **Influence sur les autres performances**

La réponse temporelle à un échelon unitaire du système est donnée par le tracé suivant :



Rapidité :

Précision : le gain de la BO est augmenté, le système est plus précis.

Le cahier des charges est respecté.

4. Correcteur à avance de phase

Le correcteur proportionnel étudié précédemment est irréalisable physiquement car le gain en hautes fréquences est infini.

Le correcteur à avance de phase est un correcteur proportionnel **filtré en hautes fréquences par un passe-bas.**

- **Fonction de transfert**

- Diagrammes de Bode

- Valeurs particulières

- Réglage sur l'exemple 2

V. EXEMPLE 3: LE CORRECTEUR PROPORTIONNEL INTEGRAL DERIVE

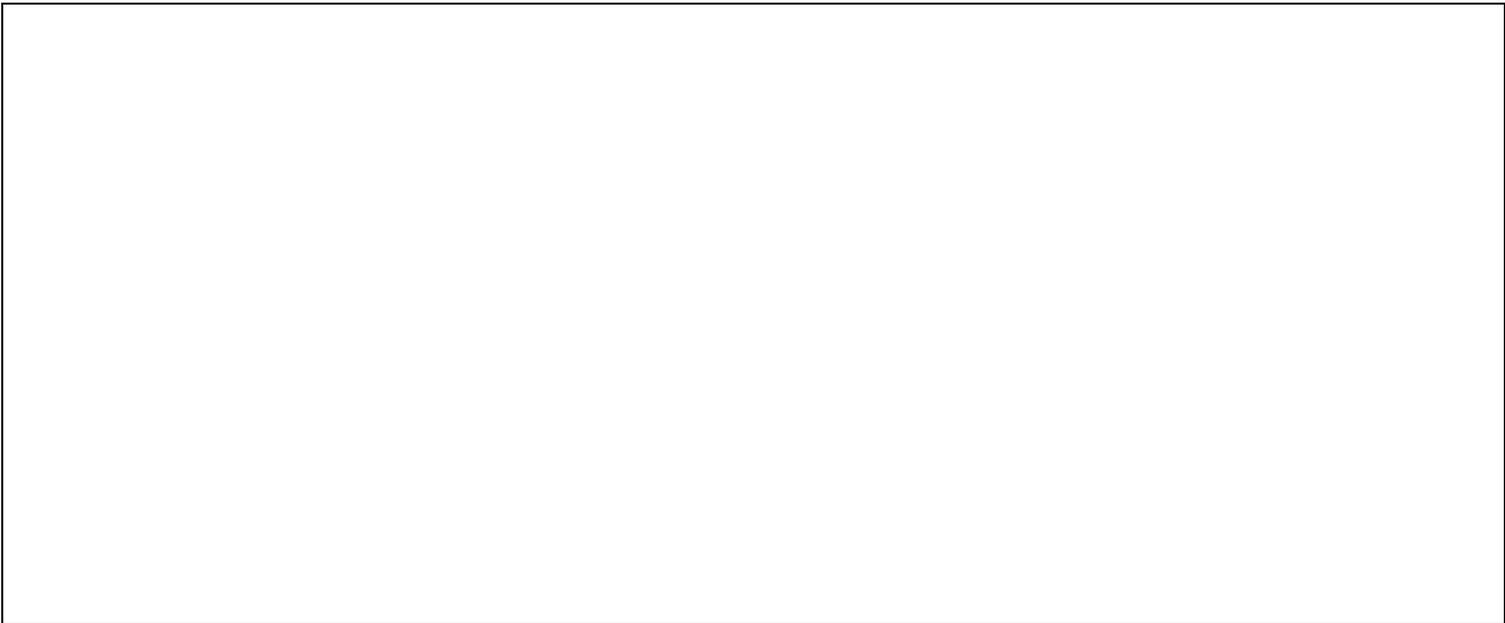
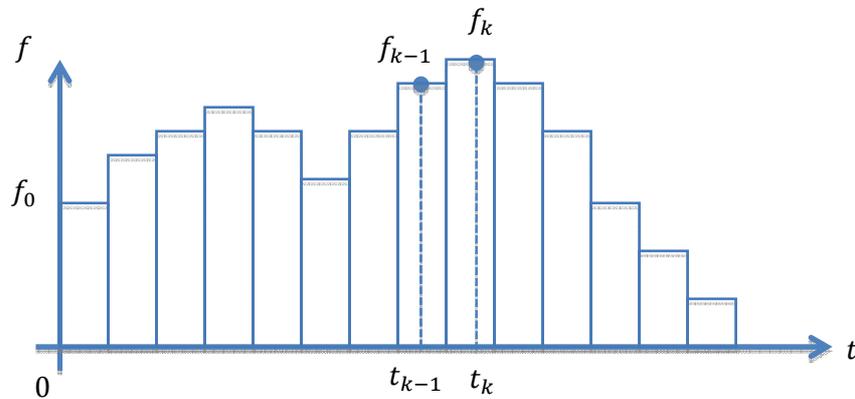
Voir TP sur le contrôle d'altitude.

VI. PROGRAMMATION D'UN CORRECTEUR NUMERIQUE

1. Grandeurs échantillonnées.

La programmation des correcteurs utilisera des grandeurs numériques, on parle de **correcteurs numériques**. Ces grandeurs issues des capteurs, de la carte de commande sont échantillonnées par des CAN basée sur **une fréquence d'échantillonnage $f_e = \frac{1}{T_e}$ (Hz)**.

Soit **f une grandeur échantillonnée**. Elle est définie à chaque instant.



2. Correcteur : élaboration d'une relation de récurrence.

Prenons l'exemple d'un **correcteur PID idéal**, même si la méthode pour déterminer la relation de récurrence est identique pour les types de correcteurs numériques.

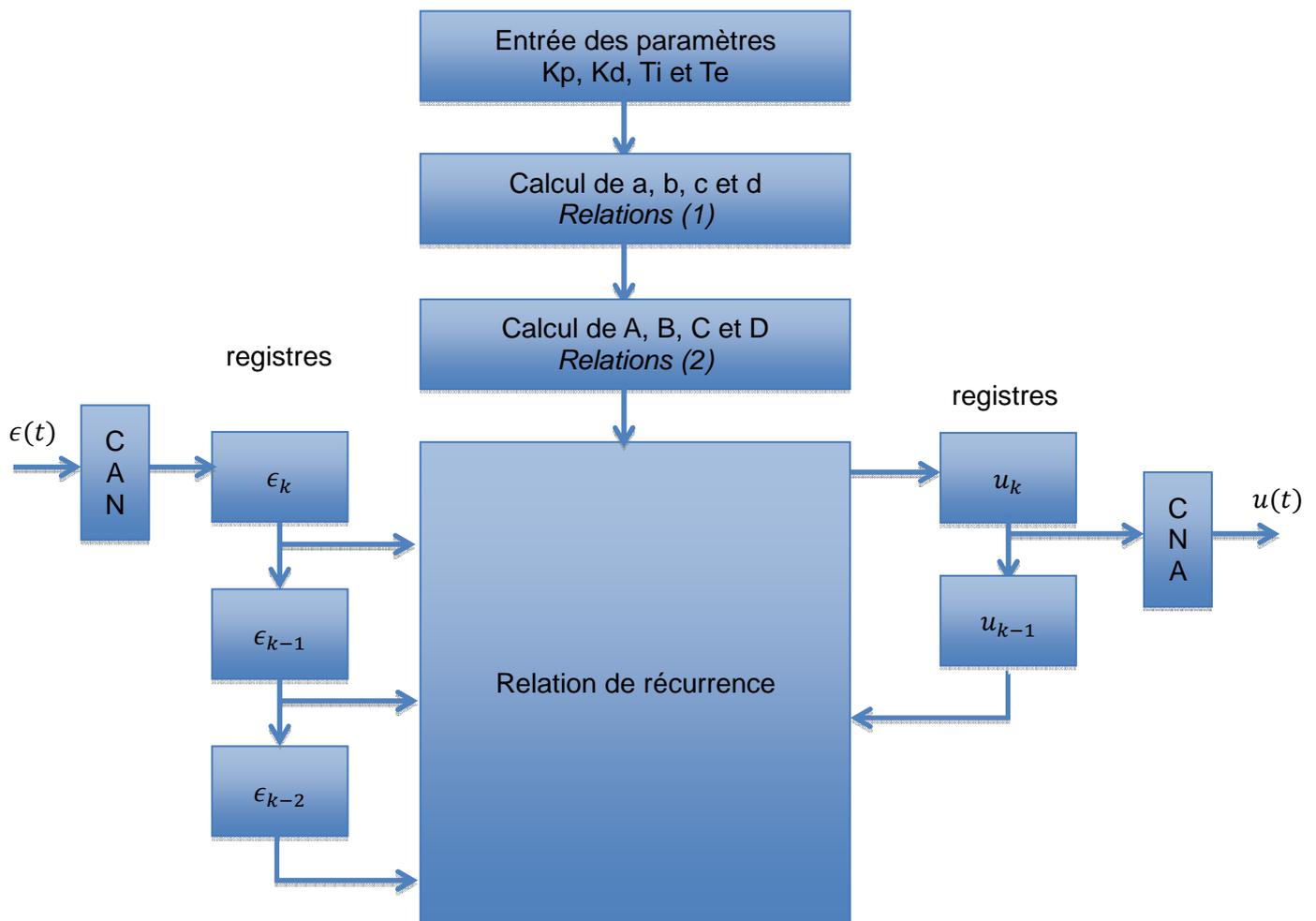
La fonction de transfert du PID idéal est : $C(p) = \frac{U(p)}{\epsilon(p)} = K_p \cdot \left[1 + K_d \cdot p + \frac{1}{T_i \cdot p} \right]$.



3. Programmation du correcteur.

La grandeur de sortie du correcteur dépend des valeurs des grandeurs échantillonnées aux instants $k - 2$, $k - 1$ et k . Il est donc nécessaire de **stocker ces valeurs dans des variables distinctes**.

L'algorithme de programmation d'un correcteur peut-être schématisé comme ci-dessous :

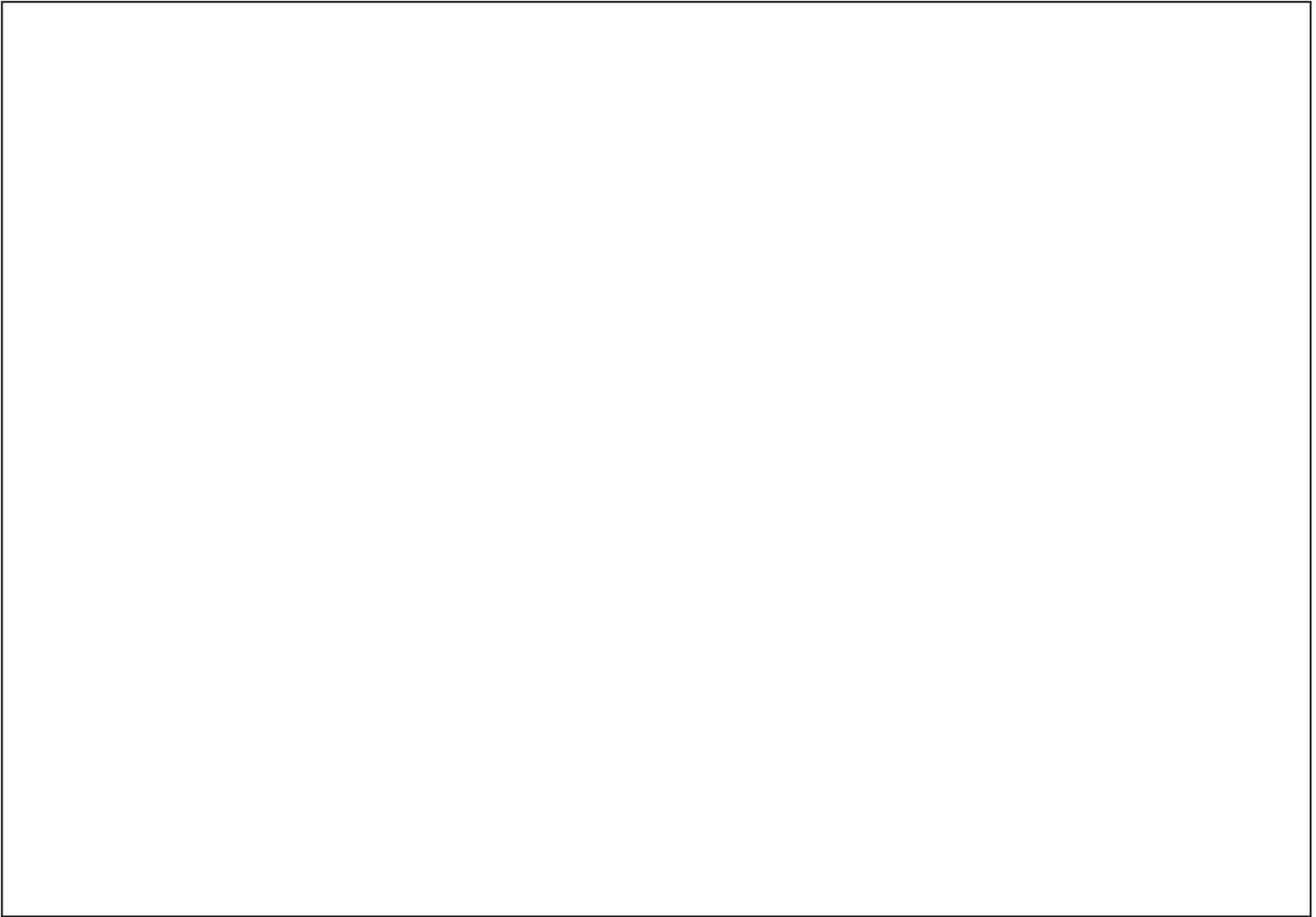


Pour tout autre correcteur, il faut déterminer **la nouvelle relation de récurrence ainsi que l'algorithme de programmation**.

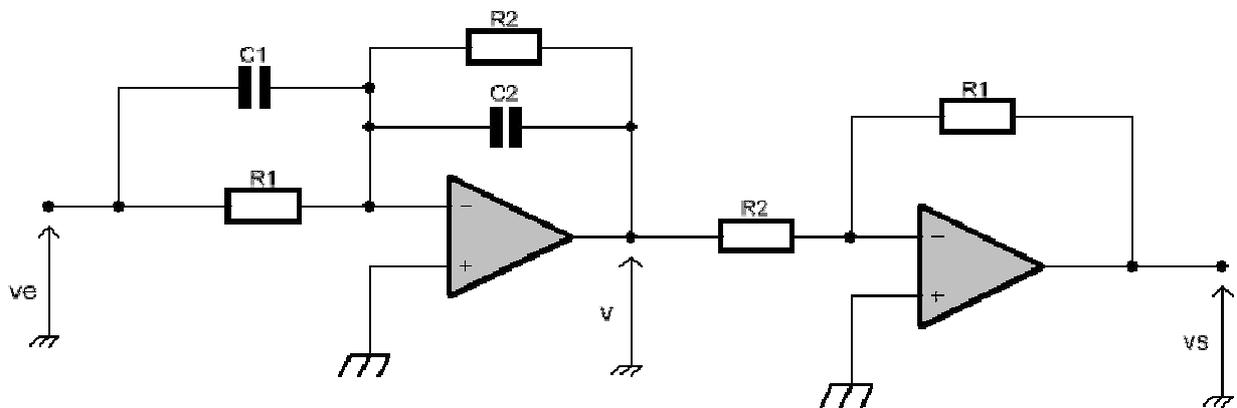
4. Application : correcteur à avance de phase.

Déterminer la relation de récurrence pour programmer un correcteur à avance de phase numérique de fonction de transfert suivante :

$$C(p) = K_p \cdot \frac{1 + \tau \cdot p}{1 + a\tau \cdot p} \text{ avec } a < 1$$



Pour l'anecdote, voici comment nous réalisons un correcteur à avance de phase il y a 20 ans...



Correcteur à avance de phase ANALOGIQUE