TD 4 - COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN VEHICULE AUTO-BALANCE DE TYPE SEGWAY®

Le support de l'étude est le véhicule auto-balancé Segway®.

Le diagramme de cas d'utilisation du Segway®, présenté figure 1, précise le contexte dans le quel est utilisé le système.

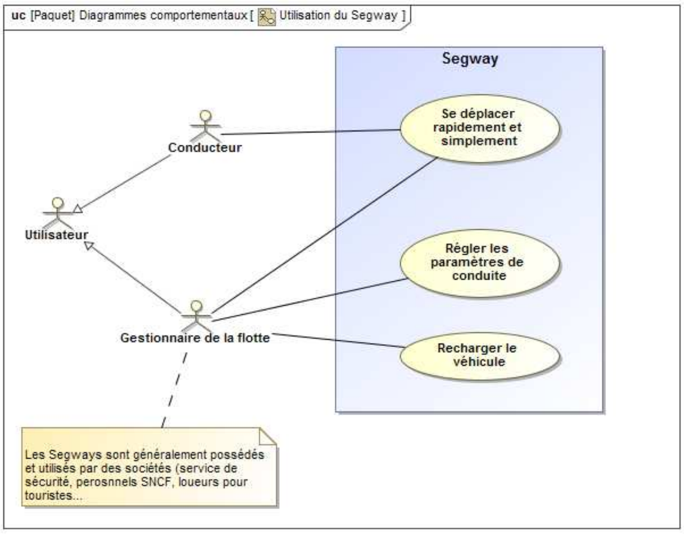

Figure 1 : diagramme de cas d'utilisation

Le diagramme des exigences fourni en annexe permet de définir les exigences que doit vérifier le Segway. Pour une utilisation confortable et sûre, le Segway doit satisfaire les performances énoncées dans le tableau extrait du cahier des charges.

Exigence	Critère	Niveau
Gestion de la sensibilité	Temps de réponse à 5%	1 s maximum
	Dépassement d'inclinaison	< 30 %
	Inclinaison du châssis par rapport à la verticale	Nulle à convergence : $\lim_{t\to\infty}\psi(t)=0$
Insensibilité aux défauts de la route	Hauteur de la marche de trottoir franchissable à 5 km/h	5 cm maximum
	Perturbation due à la route	Plage de fréquences de 0 à 300 Hz

Tableau 1 : extrait du cahier des charges

Objectif : vérifier les performances de l'asservissement d'inclinaison par rapport à la verticale.

La régulation d'inclinaison du Segway est réalisée par :

- un moto-réducteur qui permet de délivrer un couple $C_m(t)=K_m u(t)$ où $u(t)$ est une grandeur de commande et $K_m = 24 N.m.V^{-1}$;
- le système mécanique dont les équations ont été déterminées et peuvent, dans le cas où l'angle $\alpha(t)$ n'est pas supposé constant, se mettre sous la forme :

$$\left|\begin{array}{l} \dot{V}(t)=\dfrac{1}{D}\left(B\ddot{\chi}(t)+2\dfrac{C_m(t)}{R}\right) \\ \left(DA-B^2\right)\ddot{\chi}(t)=2\left(\dfrac{B}{R}+D\right)C_m(t)+DC\chi(t) \end{array}\right. \quad \text{où :} \left|\begin{array}{l} A=90\text{ kg.m}^2 \\ B=75\text{ kg.m} \\ C=750\text{ kg.m}^2 s^{-2} \\ D=125\text{ kg} \\ R=240\text{ mm} \end{array}\right. \text{ et } \chi(t)=\alpha(t)+\psi(t).$$

Par commodité de signe, la notation $C_m(t) = -C_S(t)$ est utilisée dans les équations ci-dessus. Les conditions initiales sont toutes nulles.

I STABILISATION DU SYSTEME

Q1/ *Montrer que le schéma bloc du système peut se mettre sous la forme présentée figure ci-dessous en déterminant l'expression littérale de* $H_1(p)$.

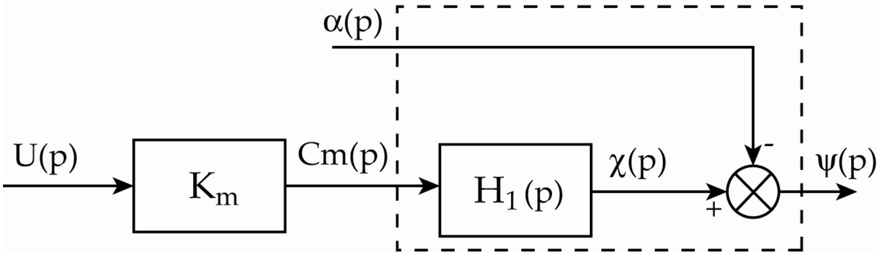

Schéma bloc 1

Q2/ *Analyser la stabilité du système d'entrée u(t) et de sortie* $\psi(t)$ *en étudiant la fonction de transfert* $F_1(p) = \dfrac{\psi(p)}{U(p)}$. *Pouvait-on s'attendre à ce résultat ?*

On note alors $H_1(p) = \dfrac{K_1}{\dfrac{p^2}{\omega_1^2} - 1}$. Les valeurs numériques utilisées par la suite seront : $\omega_1 = 4{,}1 \text{ rad/s}$ et $K_S = K_m K_1 = 0{,}24 \text{ rad V}^{-1}$.

Afin de stabiliser le système, la grandeur de commande U(p) est élaborée à partir des mesures de $\dot{\psi}$ (réalisée par le gyromètre), et de ψ (réalisée par combinaison de la mesure du gyromètre et du pendule). Le schéma bloc obtenu est donné ci-dessous.

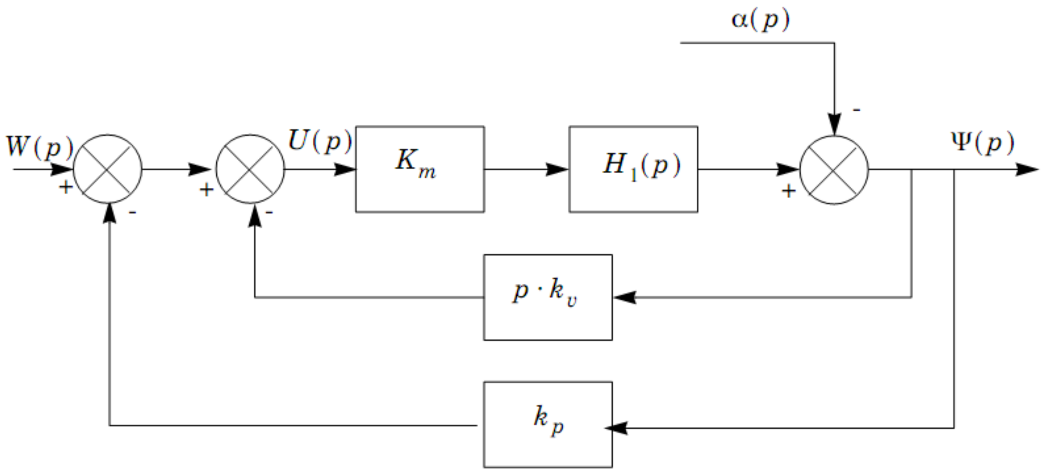

Figure 2 : schéma-bloc de l'asservissement angulaire

Q3/ *Dans le cas où* $\alpha \equiv 0$, *déterminer, en fonction de* K_S, k_p, k_v *et* ω_1 *la fonction de transfert* $F_2(p) = \dfrac{\psi(p)}{W(p)}$. *Déterminer les conditions sur* k_V *et sur* k_P *pour que le système soit stable.*

$F_2(p)$ est une fonction de transfert du second ordre pouvant se mettre sous la forme : $F_2(p) = \dfrac{\psi(p)}{W(p)} = \dfrac{K_2}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0} p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$.

Q4/ Déterminer, en fonction de K_S, k_P, k_V et ω_1 *les expressions de* K_2, ξ, ω_0.

On choisit une pulsation propre ω_0 proche de celle du système mécanique, c'est à dire $\omega_0 = 1,5\omega_1 = 6,15 \text{ rad/s}$.

Q5/ Déterminer les valeurs de k_V et de k_P telles que le temps de réponse à 5% soit minimal.

II ASSERVISSEMENT D'INCLINAISON DU CHARIOT

La consigne de la régulation de l'inclinaison $\psi(t)$ du châssis par rapport à la verticale est notée $\psi_C(t)$. On introduit un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ qui élabore le signal $w(t)$ (de transformée de Laplace W(p)) à partir de l'écart $\varepsilon(t) = \psi_C(t) - \psi(t)$.

Q6/ Compléter le schéma bloc de l'asservissement donné précédemment en faisant apparaître la régulation de l'inclinaison.

La régulation d'inclinaison du Segway® consiste à maintenir la consigne $\psi_C(t)$ nulle. Cette régulation est réalisée si, quelle que soit l'inclinaison $\alpha(t)$ du conducteur, la sortie $\psi(t)$ converge vers $\psi_C(t)$, valeur nulle ici. Le conducteur agit directement sur la valeur de $\alpha(t)$ pour accélérer ou décélérer. Pour le système Segway®, conducteur exclu, le paramètre $\alpha(t)$ peut être considéré comme une perturbation.

Un correcteur proportionnel $C(p) = K_C$ est envisagé.

Q7/ Calculer l'inclinaison $\psi(t)$ du châssis en régime permanent, lorsque la perturbation $\alpha(t)$ est un échelon d'amplitude α_0. Le cahier des charges est-il satisfait ?

Un correcteur proportionnel intégral $C(p) = K_i\left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ est envisagé.

Q8/ Démontrer que ce correcteur permet de satisfaire le cahier des charges vis-à-vis de l'écart en régime permanent pour une perturbation en échelon (5/2).

On souhaite dimensionner le correcteur. Pour cela, on étudie le schéma bloc construit en I.B.1. et on considère alors $\alpha(t) \equiv 0$. La Fonction de Transfert en Boucle Ouverte est pour cet asservissement : $FTBO(p) = C(p)F_2(p)$.

Q9/ Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques et réels (allure uniquement) de la fonction de transfert $F_2(p)$ et tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert du correcteur $C(p)$, en utilisant les paramètres K_i et T_i. Préciser les valeurs caractéristiques sur les diagrammes.

On impose $\omega_i = \frac{1}{T_i} = \frac{\omega_C}{10}$ où ω_C est la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO corrigée par le correcteur proportionnel intégral.

Q10/ Déterminer ω_C telle que la marge de la FTBO(p) soit $M_\varphi = 45°$. En déduire la valeur de T_i.

Q11/ Déterminer alors K_i tel que ω_C soit effectivement la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO corrigée.

III VERIFICATION GRAPHIQUE DES PERFORMANCES ATTENDUES

Le modèle de comportement précédent est utilisé en simulation pour vérifier le pré-dimensionnement. Les performances de la correction sont étudiées grâce aux évolutions de $\chi(t) = \alpha(t) + \psi(t)$, qui représente l'angle d'inclinaison du conducteur par rapport à la verticale. La consigne $\alpha(t)$, imposée par le conducteur, est un échelon d'amplitude 20°. Après réglages définitifs, l'évolution temporelle est obtenue figure ci-contre.

Q12/ Conclure quant au respect des critères de dépassement et de précision associés à la fonction de service FS2.

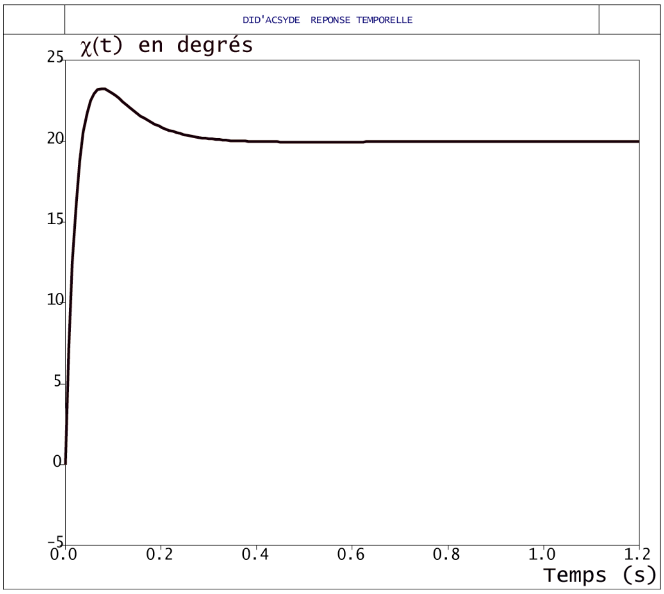

Figure 3 : réponse temporelle de $\chi(t)$

ANNEXE – DIAGRAMME DES EXIGENCES