

Exercice 1 : Prothèse myoélectrique (Centrale MP 2015)

Le traitement réalisé par le microprocesseur implanté dans la prothèse myoélectrique ne permet pas actuellement de contrôler l'angle de flexion des doigts. Chaque doigt est commandé pour être soit totalement fléchi, soit totalement tendu (commande TOR). La présence d'un objet bloque la rotation de l'actionneur et donc le mouvement des doigts, mais le contrôle de l'effort permet de s'assurer de la non détérioration du verre.

Les recherches actuelles sur les prothèses de main permettent, grâce aux traitements des signaux émis par les électrodes EMG, de quantifier la flexion souhaitée des doigts. Dans le cas d'une main saine, les capteurs sensoriels situés sur la peau des doigts ainsi que les yeux permettent un contrôle de la flexion lors de la prise du verre. Les concepteurs de la prothèse myoélectrique souhaitent donc la faire évoluer en contrôlant la flexion des doigts afin de proposer aux patients une prothèse très proche en termes de comportement et de performances d'une main humaine.

L'organisation générale de la prothèse myoélectrique suite à cette évolution est fournie sur la figure 1.

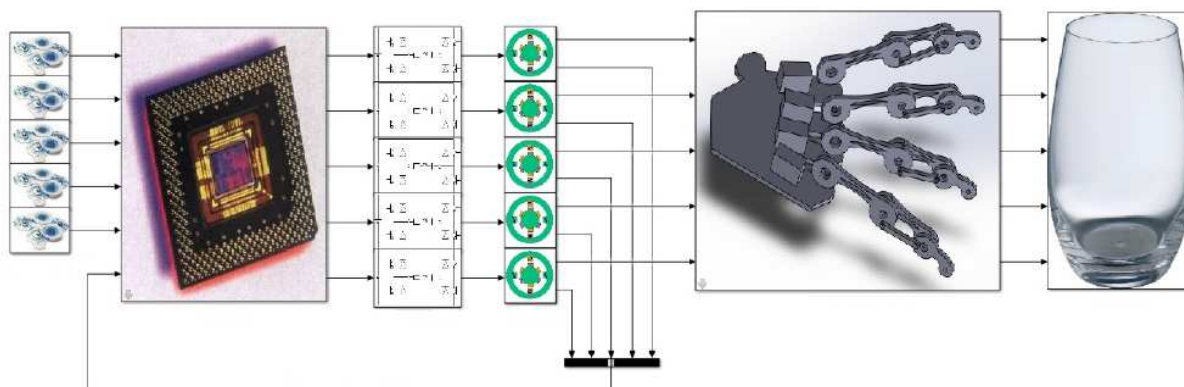


Figure 1 : Organisation structurelle du prototype de prothèse myoélectrique

Le microprocesseur équipant la prothèse myoélectrique reçoit et traite les signaux fournis par les électrodes EMG placées au niveau des muscles et détermine la consigne de position angulaire $\theta_{1\text{cons}}$ de l'arbre de l'actionneur. Un capteur de position angulaire de coefficient d'amplification unitaire est placé sur l'arbre de l'actionneur. Il délivre au microprocesseur un signal électrique, image de la position angulaire réelle de l'actionneur. Le schéma de principe de l'asservissement en position angulaire à retour unitaire est donné figure 2.

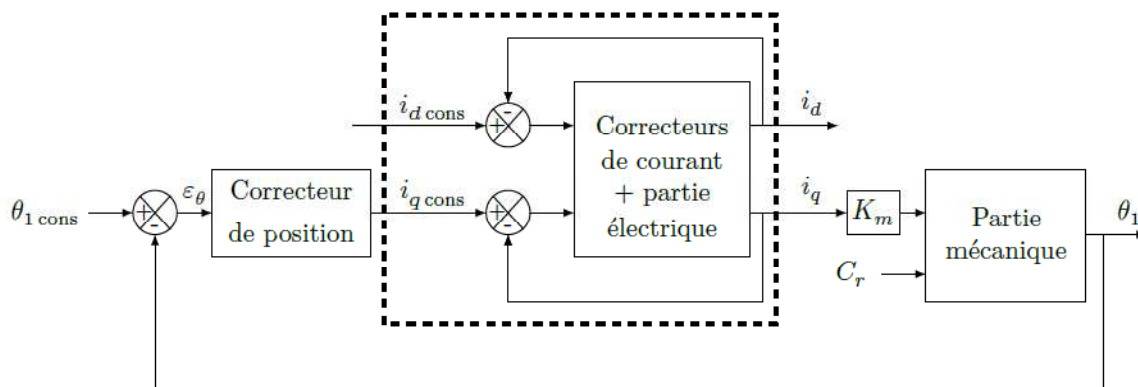


Figure 2 : Schéma de principe de l'asservissement d'un index

La modélisation du comportement dynamique de la chaîne fonctionnelle est fortement non linéaire. L'étude de l'asservissement en position angulaire θ_1 de l'arbre de l'actionneur est donc réalisée à partir d'un modèle multi-physique acausal. La détermination des paramètres du correcteur de position $C_{pos}(p)$ est réalisée par approches successives afin d'obtenir des performances globales adaptées à la morphologie de l'amputé et à son activité professionnelle. Le correcteur de position angulaire choisi pour la suite est :

$$C_{pos}(p) = K_p \cdot \frac{1 + T_p \cdot p}{T_p \cdot p}$$

Ce correcteur de position est réalisé par le microprocesseur, et par conséquent le traitement est numérique avec une période d'échantillonnage, notée T_e , supposée très faible. Cette partie s'intéresse à la réalisation du correcteur de position sous forme numérique à partir d'une équation de récurrence.

Q 1. Donner l'équation différentielle décrivant le correcteur de position $C_{pos}(p)$, en exprimant la relation entre $i_{qcons}(t)$, $\varepsilon_\theta(t)$ et leurs dérivées temporelles respectives.

Les fonctions associées aux grandeurs $i_{qcons}(t)$ et $\varepsilon_\theta(t)$ sont des fonctions supposées de classe au moins C^1 .

Q 2. À l'aide d'un développement de Taylor à l'ordre un, exprimer la relation liant $i_{qcons}(t - T_e)$, $i_{qcons}(t)$, $\frac{di_{qcons}(t)}{dt}$ et T_e . De même pour $\varepsilon_\theta(t - T_e)$, $\varepsilon_\theta(t)$, $\frac{d\varepsilon_\theta(t)}{dt}$ et T_e . En déduire l'équation de récurrence du correcteur numérique $C_{pos}(p)$ et la mettre sous la forme :

$$i_{qcons}(nT_e) = A \cdot i_{qcons}((n - 1) \cdot T_e) + B \cdot \varepsilon_\theta(nT_e) + C \cdot \varepsilon_\theta((n - 1) \cdot T_e)$$

Les opérations exécutées par le microprocesseur pour réaliser le correcteur de position étant séquentielles, le comportement de celui-ci peut être décrit par un algorithme (algorithme sous forme graphique). Seule la mesure de θ_1 est à réaliser car θ_{1cons} est supposé connu par le microprocesseur. La grandeur de sortie est i_{qcons} . Le tableau 1 fournit les symboles graphiques nécessaires à la description du comportement séquentiel d'un système et leurs fonctions.

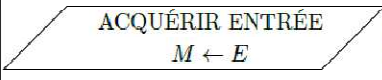
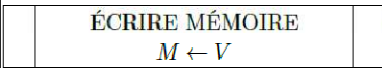
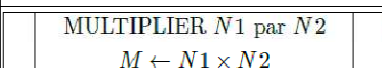
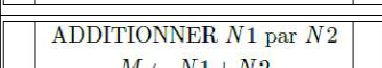
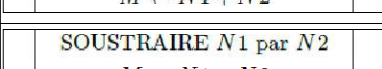
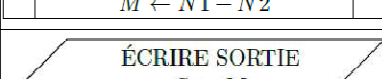
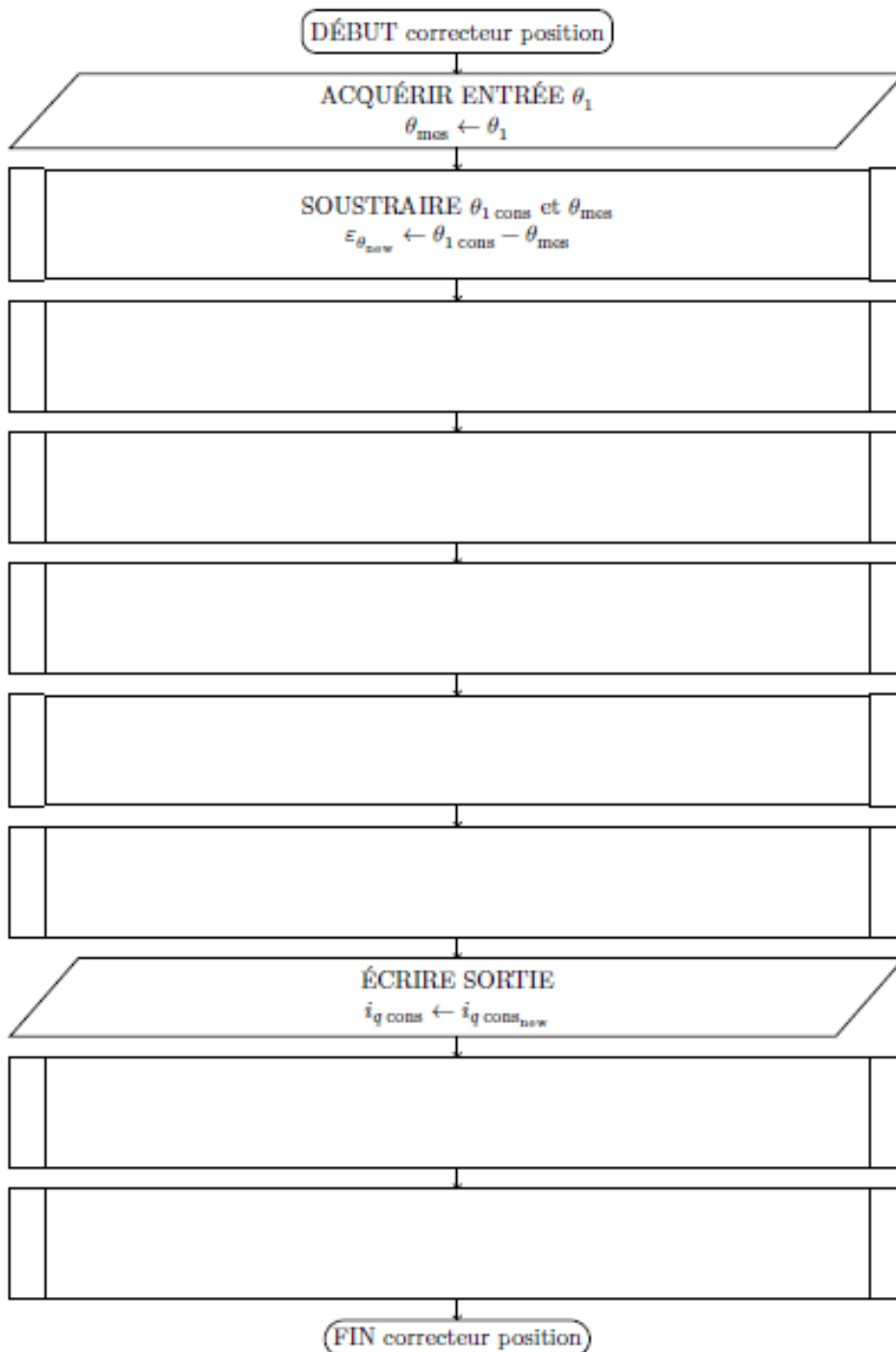
Symboles	Fonctions
 ACQUÉRIR ENTRÉE $M \leftarrow E$	Cette fonction fait l'acquisition d'une grandeur analogique et réalise la conversion analogique-numérique, puis sauvegarde la valeur numérisée (E) en mémoire dans la variable (M).
 ÉCRIRE MÉMOIRE $M \leftarrow V$	Cette fonction permet de sauvegarder une valeur (V) en mémoire dans la variable (M) du microprocesseur.
 MULTIPLIER $N1$ par $N2$ $M \leftarrow N1 \times N2$	Cette fonction multiplie deux nombres décimaux ($N1$) et ($N2$). Le résultat est sauvegardé en mémoire dans la variable (M).
 ADDITIONNER $N1$ par $N2$ $M \leftarrow N1 + N2$	Cette fonction additionne deux nombres décimaux ($N1$) et ($N2$). Le résultat est sauvegardé en mémoire dans la variable (M).
 SOUSTRAIRE $N1$ par $N2$ $M \leftarrow N1 - N2$	Cette fonction soustrait deux nombres décimaux ($N1$) et ($N2$). Le résultat est sauvegardé en mémoire dans la variable (M).
 ÉCRIRE SORTIE $S \leftarrow M$	Cette fonction écrit la valeur (S) à l'entrée du convertisseur numérique-analogique à partir d'une valeur située en mémoire (M) puis réalise la conversion numérique-analogique.

Tableau 1 : symboles élémentaires d'un algorithme

Q 3. Compléter, sur le document réponse ci-dessous, l'algorithme décrivant la suite d'opérations que doit réaliser le microprocesseur afin de réaliser le correcteur de position $C_{pos}(p)$ avec les constantes A , B et C .

Remarques :

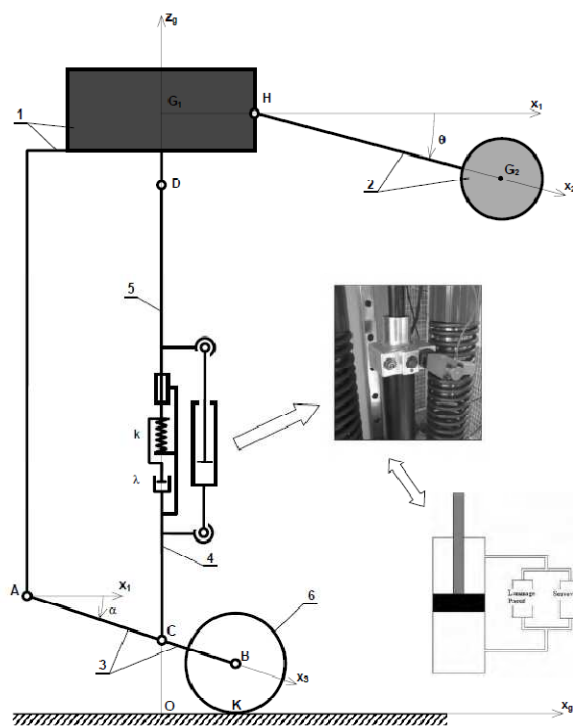
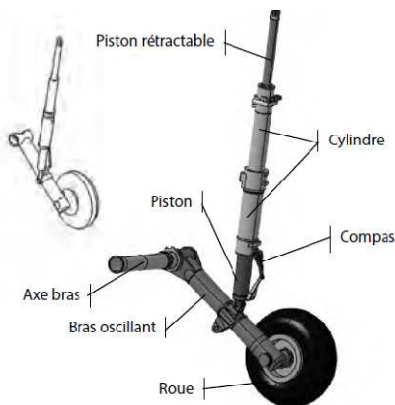
- Les constantes A , B et C sont définies dans un autre algorithme appelé avant celui du correcteur de position.
- La valeur de $\theta_{1\text{ cons}}$ est élaborée par un autre algorithme appelé avant celui du correcteur de position.
- On note $\varepsilon_{\theta\text{ old}}$ et $i_{q\text{ cons old}}$, respectivement la valeur de $\varepsilon_{\theta}(t)$ et $i_{q\text{ cons}}(t)$ à l'instant $(n - 1) \cdot T_e$.
- On note θ_{mes} , $\varepsilon_{\theta\text{ new}}$ et $i_{q\text{ cons new}}$, respectivement la valeur de la position angulaire $\theta_1(t)$, la valeur de $\varepsilon_{\theta}(t)$ et $i_{q\text{ cons}}(t)$ à l'instant $n \cdot T_e$.



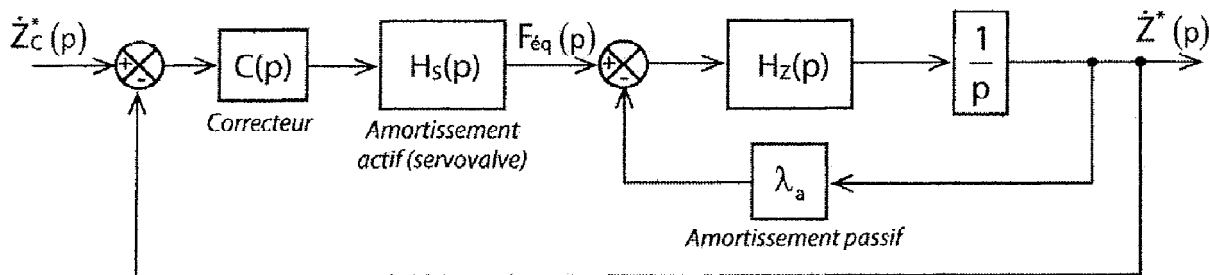
Exercice 2 : Train d'atterrissage d'hélicoptère (Banque PT 2014)

Objectif :

Cette partie a pour objectif de proposer un réglage pour le correcteur de la commande asservie définie dans la partie précédente. Il s'agira également de valider les performances globales obtenues grâce à cette commande semi-active.



L'asservissement mis en place est complexe à régler car il fait intervenir de nombreuses grandeurs physiques. On admettra que le correcteur peut être réglé en ne considérant qu'une seule des sollicitations subies par le système. On se propose d'étudier la stabilité vis-à-vis de la seule consigne $\dot{Z}_c^*(p)$. On adoptera pour le réglage de la correction le schéma suivant :



On note dans ce schéma :

- $\dot{Z}^*(p)$ la transformée de $\dot{z}^*(t) = \dot{z}(t) + V_0$ avec V_0 la vitesse d'impact et $\dot{z}(t)$ la vitesse absolue de la cabine par rapport au sol ;
- $F_{eq}(p)$ l'effort équivalent ramené au déplacement de la cabine et fourni par la partie active de l'amortisseur ;
- λ_a le coefficient d'amortissement passif équivalent ramené au déplacement de la cabine ;
- $H_S(p) = \frac{K_S}{1 + T_S \cdot p}$ la fonction de transfert de la partie active de l'amortisseur. Indépendamment de la partie précédente, on prendra : $K_S = 12.104 \text{ N/A}$ et $T_S = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$;

- $H_z(p) = \frac{K_z \cdot p^2}{1 + \frac{2 \cdot \xi_z}{\omega_z} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_z^2}}$ la fonction de transfert traduisant le comportement dynamique du train ;
- $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur dont le réglage fait l'objet de cette partie.

$\dot{z}_c^*(p)$ est la transformée de la consigne $\dot{z}_c^*(t)$. La forme de la consigne est donnée sur la figure 1 :

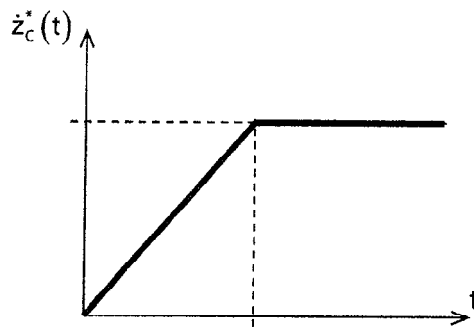


Figure 1

Q1. Justifier la forme de cette consigne vis-à-vis du cahier des charges. Quel paramètre souhaite-t-on ici contrôler ? Compléter les valeurs caractéristiques sur le tracé.

Objectif :

Il s'agit dans un premier temps d'analyser la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de la chaîne de commande semi-active.

Q2. Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_F(p) = \frac{\dot{Z}^*(p)}{F_{eq}(p)}$.

Q3. Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_{B0NC}(p)$.

On donne sur le document réponse (question 4) le diagramme de Bode de $H_F(p)$.

Q4. Justifier la forme de ce diagramme en traçant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de K_z et ω_z . Tracer en rouge les diagrammes de la fonction $H_{B0NC}(p)$. On prendra pour cela $20\log(K_S) \approx 100$ dB.

Objectif :

Il s'agit à présent de définir la structure du correcteur et de proposer un réglage permettant de satisfaire les critères du cahier des charges.

Afin de satisfaire le cahier des charges, une étude complémentaire non abordée dans ce sujet montre que la boucle d'asservissement doit posséder les performances suivantes :

- erreur statique nulle ;
- pulsation de coupure à 0 dB en BO : $\omega_{0dB} = 6$ rad/s ;
- marge de phase $M_\phi = 45^\circ$;
- marge de gain $MG > 6$ dB ;

Q5. Quelle doit être la classe minimale du correcteur afin de garantir le critère de précision ?

On choisit dans un premier temps un correcteur de la forme $C(p) = \frac{K_p}{p^2}$. On donne sur le document

réponse (question 6) les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système ainsi corrigé pour $K_p = 1$.

Q6. Évaluer les marges de stabilité pour ce réglage. Déterminer la valeur de K_p garantissant le critère de pulsation de coupure à 0 dB. Ce correcteur peut-il permettre de répondre aux critères de performances énoncés en début de partie ? Justifier la réponse.

On choisit finalement un correcteur de la forme $C(p) = \frac{K_p}{p^2} \cdot \frac{1 + \mu T \cdot p}{1 + T \cdot p}$ avec $\mu > 1$. Les caractéristiques du

terme en $K_p \cdot \left(\frac{1 + \mu T \cdot p}{1 + T \cdot p} \right)$ ainsi que des abaques de calcul sont donnés en annexe 1.

Q7. Comment se nomme l'action de correction obtenue avec ce terme ?

Q8. Quelle valeur doit-on donner à μ pour garantir le critère de marge de phase ?

Q9. En déduire les valeurs de T et de K_p permettant d'assurer les critères de stabilité et de bande passante énoncés au début de la partie E2. Le critère de précision est-il validé ?

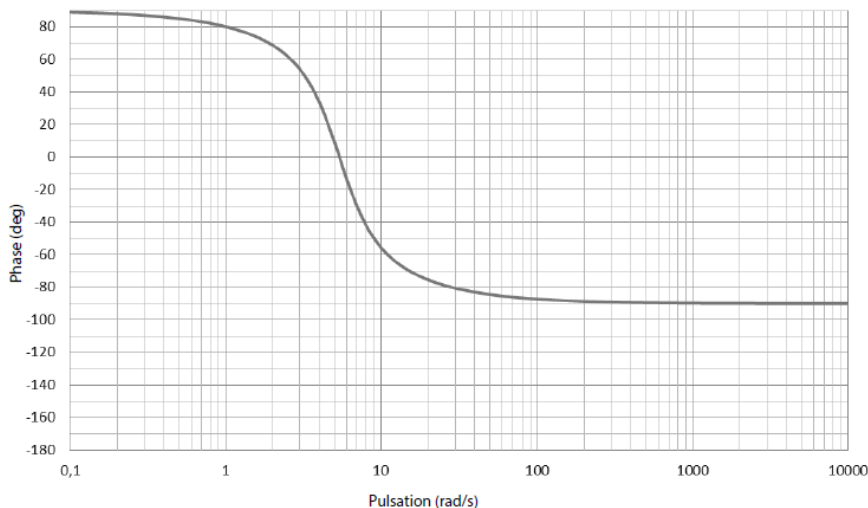
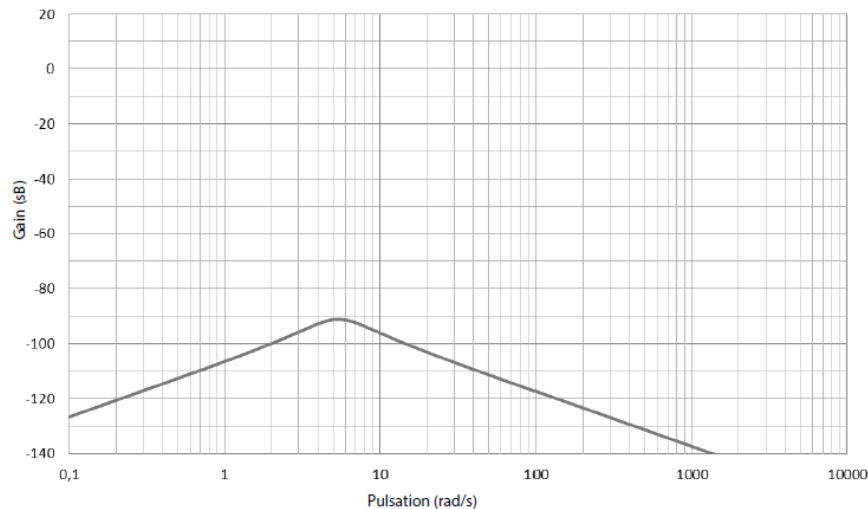
Objectif :

Il s'agit dans cette dernière partie de vérifier les performances globales de la boucle d'asservissement.

On donne sur le document réponse (question 10) le résultat d'une simulation du système complet piloté à l'aide du correcteur précédemment dimensionné pour une vitesse d'impact de 4 m/s.

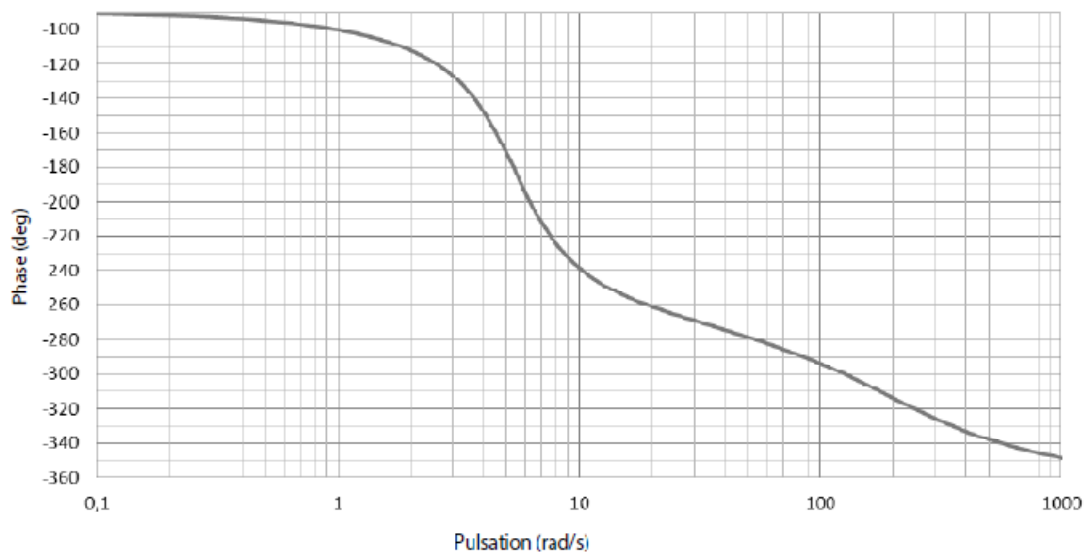
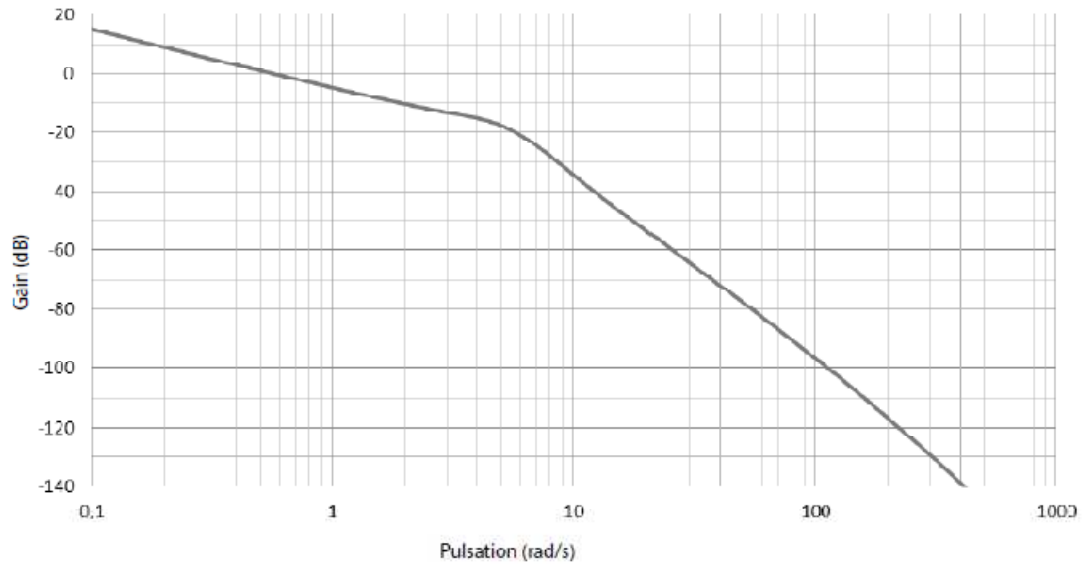
Q10. En analysant cette courbe, conclure quant à la validité du cahier des charges.

DOCUMENT REPONSE

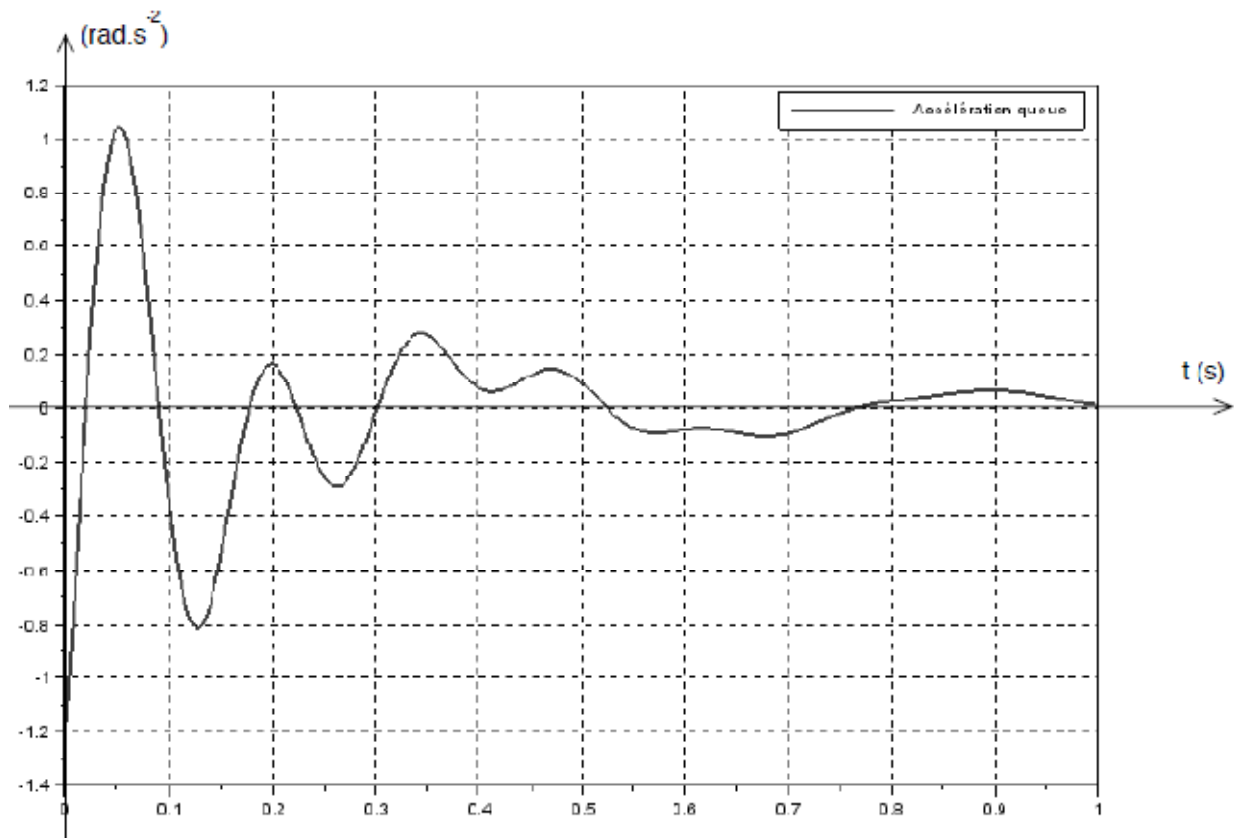


Q4.

Q6.

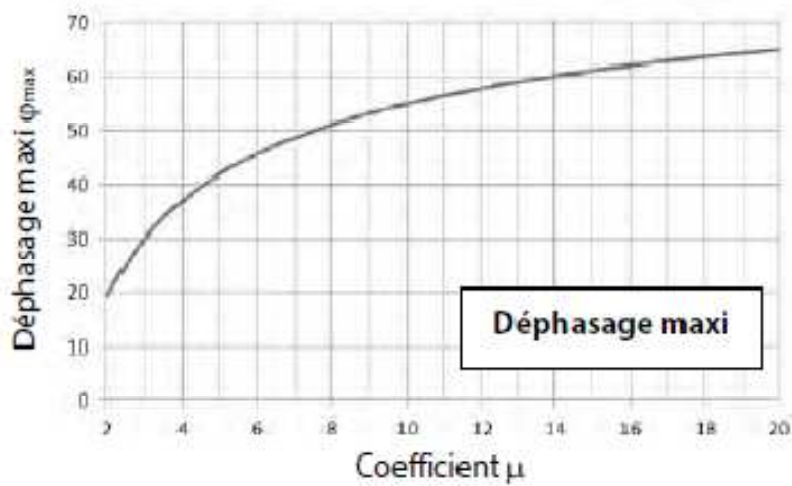
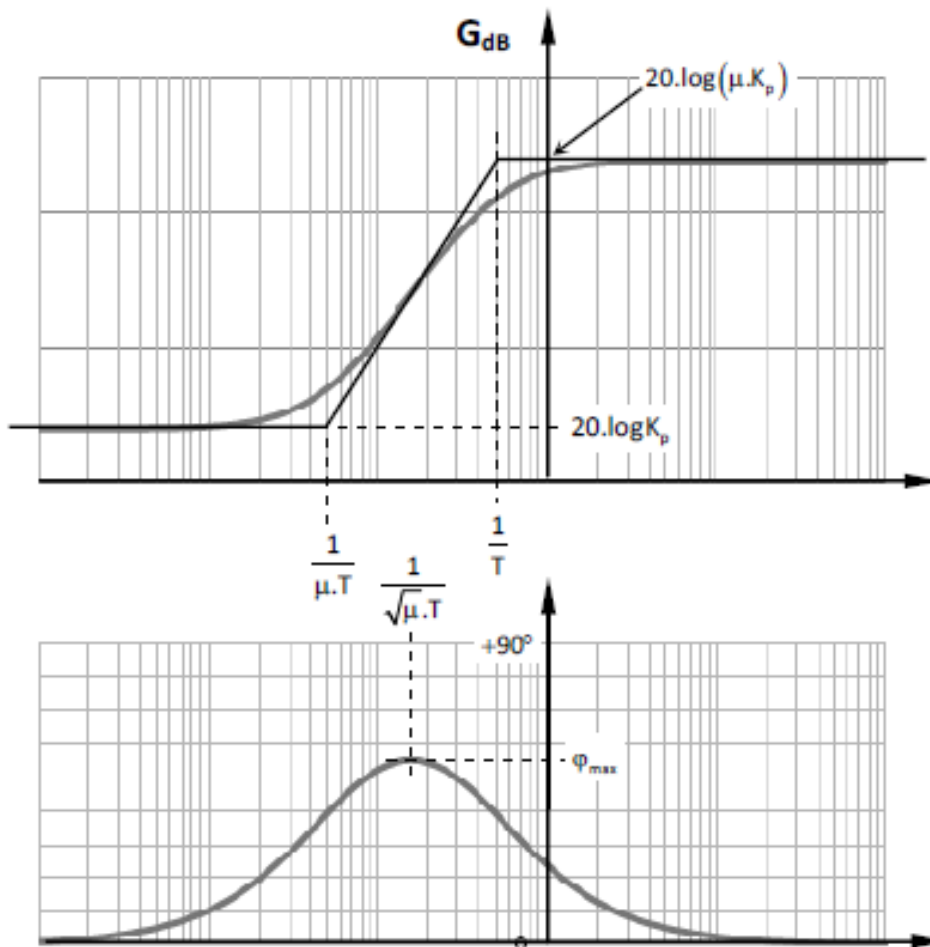


Q10.



ANNEXE 1

Caractéristiques du terme $K_p \cdot \left(\frac{1 + \mu.T.p}{1 + T.p} \right)$



Exercice 3 : Micro-actionneur magnétique (X-ENS PSI 2012)

Les parties précédentes ont permis de proposer un modèle pour le micro actionneur, et d'en montrer la pertinence. L'objectif de cette partie est de réaliser un asservissement de sa position. Ceci est nécessaire pour réaliser un capteur de force fonctionnel pour les membranes biologiques, car le micro actionneur a une position instable. Les performances du cahier des charges à atteindre sont fournies dans le tableau suivant :

Critère	Niveau
Rapidité	$t_{5\%} < 10 \text{ ms}$
Stabilité	Marge de phase $> 45^\circ$

On considère le micro actionneur défini sur la figure 1, constitué d'un aimant mobile central et de deux aimants fixes aux extrémités. Deux conducteurs électriques sont placés dans un plan au -dessous des aimants. On ne considère en première approximation que le déplacement en translation de l'aimant mobile selon la direction \vec{x} .

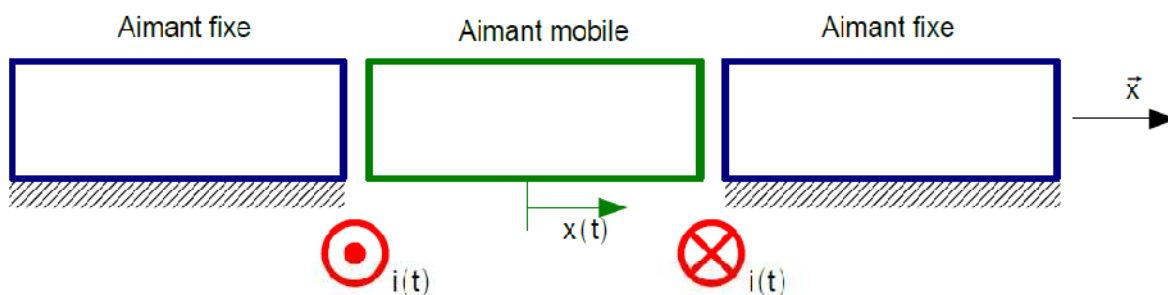


Figure 1 : modèle retenu pour le micro actionneur.

Les études faites dans les parties précédentes ont montré que le déplacement de l'aimant mobile était modélisé par la relation :

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = k_1 \cdot x(t) + k_2 \cdot i(t)$$

Avec $x(t)$ la position selon \vec{x} de l'aimant de masse m , $i(t)$ le courant dans les conducteurs électriques, k_1 une constante de raideur positive reliée à la force créée par les aimants fixes et k_2 une constante de raideur positive reliée à la force créée par les conducteurs électriques.

Q1. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{X(p)}{I(p)}$ et indiquer si le système est stable ou instable, en le justifiant.

Le schéma bloc de l'asservissement proposé est fourni sur la figure 2. G est le gain (supposé constant) qui transcrit un déplacement en tension. $C(p)$ est un correcteur, dont le schéma électronique est représenté sur la figure 3.

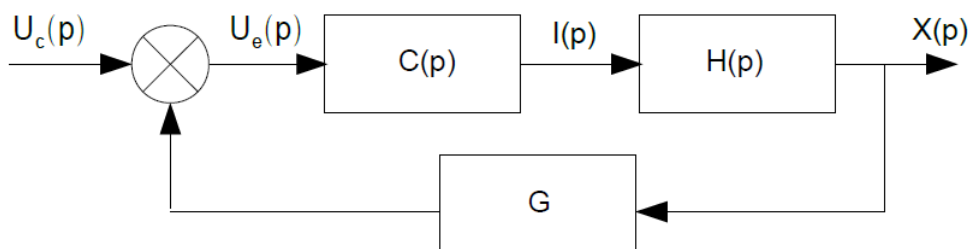


Figure 2 : modélisation par schéma bloc de l'asservissement

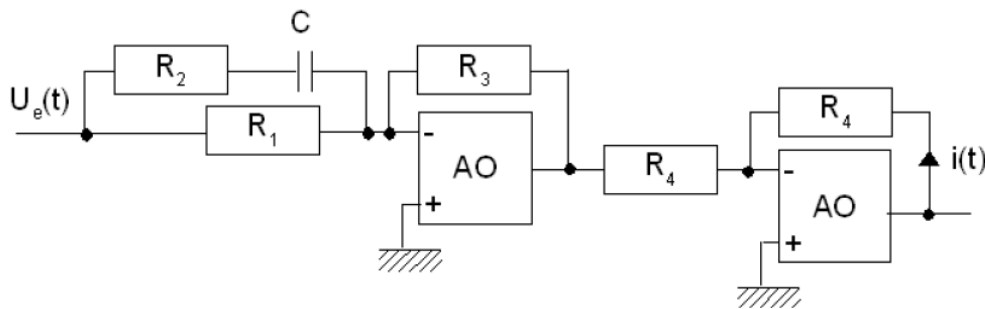


Figure 3 : schéma électronique du correcteur C(p)

Q2. Déterminer la fonction de transfert $C(p) = \frac{I(p)}{U_e(p)}$. Préciser le type de correcteur qu'il représente.

On pose $T = \sqrt{\frac{m}{k_1}}$ et $C(p) = k_C \cdot \frac{1+T_1 \cdot p}{1+T_2 \cdot p}$.

Q3. Montrer que le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) du schéma bloc de la figure 2 est un polynôme de degré 3 qui peut s'écrire sous la forme $D(p)=1+a_1p+a_2p^2+a_3p^3$. Déterminer les coefficients a_1, a_2 et a_3 en fonction de G, T, T_1, T_2, k_C, k_1 et k_2 .

Pour obtenir de bonnes performances du micro actionneur, on fait en sorte que $D(p)$ soit égal au polynôme

de Butterworth d'ordre 3 : $D(p) = \prod_{k=1}^n \left(\frac{p}{\omega_c} - e^{j\frac{2k+n-1}{2n}\pi} \right)$ avec $n=3$.

Q4. Justifier que si $D(p)$ a cette forme, le système sera stable. Déterminer l'expression développée en nombre purement réel de $D(p)$, en fonction de ω_c .

On donne $m=2,3g, k_1=400N.m^{-1}, k_2=0,04N.A^{-1}$ et $G=8,5 V.mm^{-1}$.

On cherche à obtenir $\omega_c=1000 rad.s^{-1}$.

Les réponses du système, issues de cette première méthode de réglage de la correction, sont représentées sur la figure 4.

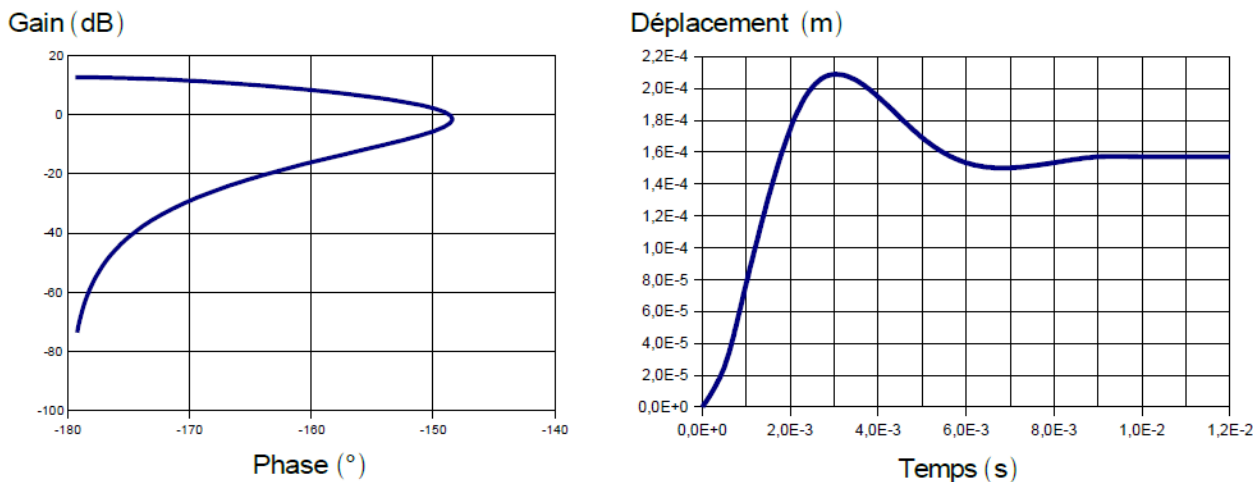


Figure 4 : diagramme de Black de la FTBO et réponse indicielle de la FTBF avec le correcteur

Q5. Conclure sur la capacité du système à satisfaire les critères du cahier des charges, définis au début de cette partie, s'il est réglé selon cette méthode.